



Universidade do Minho

Análise de Vibrações de Sistemas Integrados para Veículos Elétricos

(Dissertação de Mestrado em Eng. Mecânica)

por

Humberto Filipe da Costa Gonçalves (Nº48301)

Realizado em: Lab. Ensaio de Materiais do DEM/UM

Orientador(es): José Meireles (UM/DEM), Jorge Martins (UM/DEM)

Departamento de Eng. Mecânica

Universidade do Minho

Guimarães, Dezembro de 2012

RESUMO

A tecnologia *motor in-wheel* é uma das mais promissoras para aplicação em veículos elétricos, uma vez que o corpo do automóvel fica desprovido do motor e das transmissões. O problema surge quando o sistema *motor in-wheel* é montado nas jantes do veículo, adicionando uma grande massa à massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão, quando deveria ter o mínimo de massa nesta localização. Este aumento de carga pode provocar um aumento das vibrações, bem como um aumento do desconforto do veículo aquando do seu funcionamento.

Este trabalho descreve uma metodologia para análise dinâmica e otimização do sistema de suspensão de um veículo elétrico protótipo que utiliza a tecnologia *motor in-wheel*. Neste trabalho foi desenvolvido um modelo teórico de $\frac{1}{4}$ de carro com amortecimento do pneu a partir de um modelo existente mais simples. Realizou-se um estudo analítico comparativo de ambos modelos, bem como um estudo numérico onde foi utilizado o *software* de análise dinâmica LMS Virtual Lab.

O modelo de $\frac{1}{4}$ de carro com amortecimento do pneu permite uma análise mais precisa do que o modelo mais simples. Este modelo também permite a validação do *software* de sistemas multicorpos dinâmicos complexos, o LMS Virtual Lab. Este *software* permite uma análise mais rápida, mais cuidada e eficaz do que o modelo em estudo, pois permite uma maior aproximação dos modelos numéricos aos modelos reais, através da incorporação de mais parâmetros, tais como dimensões, atritos, efeitos de inércia, etc., permitindo uma simulação muito mais próxima da realidade física.

O sistema de suspensão foi otimizado em relação às vibrações e conforto dos passageiros do veículo (Ruído, Vibrações e Aspereza - NVH), comparando os valores da aceleração obtidos nas análises do LMS Virtual Lab com os valores de referência na Norma ISO 2631-1. O modelo numérico desenvolvido foi validado e as melhores características do sistema de suspensão foram otimizadas.

ABSTRACT

The motor in-wheel technology is one of the most promising technologies for application on electric vehicles, as the body of the car would be void of motors or transmissions. The problem arises when the motor in-wheel system is included within the rims of the tires, adding a large amount of mass to the unsprung mass; a location where one should have the least. This increase of load can lead to an increasing of vibrations as well as the increasing of harshness, which the system (wheels and chassis) suffers when in use.

This work describes a methodology for dynamic analysis and optimization of an electric vehicle prototype suspension system using the motor in-wheel technology. In this work, a $\frac{1}{4}$ car theoretical model with tire damping was developed from an existent simpler model. A comparative analytical study of both models was done, as well as an equivalent numerical study, where the dynamic analysis software LMS Virtual Lab was used.

The $\frac{1}{4}$ car model with the tire damping allows a more accurate analysis than the simpler one. This model also enables the validation of the complex dynamic multibody systems simulation software, the LMS Virtual Lab. This software allows a faster, more careful and effective analysis of the model in study than the simpler one, because it allows a better link between the numerical models to the physical ones, through the incorporation of more parameters, such as dimensions, friction, inertia effects, etc., making the simulation much more close to the physical reality.

The suspension system was optimized in relation to the vibration and comfort of the car passengers (Noise, Vibration and Harshness – NVH) comparing the acceleration values obtained from the LMS Virtual Lab analysis to the referenced values in ISO 2631-1 Standard. The developed numerical model was validated and the best characteristics of the suspension system were determined.

AGRADECIMENTOS

Como seria de esperar, os meus agradecimentos serão para todos os intervenientes que colaboraram duma forma ou de outra, na minha dissertação de mestrado.

Agradeço aos professores, José Meireles e Jorge Martins que se mostraram sempre disponíveis para prestar qualquer tipo de ajuda.

Aos meus pais, Carlos Gonçalves e Teresa Costa, à minha irmã, Juliana Gonçalves e à Catarina Martins. Um muito obrigado a todos.

Índice

RESUMO	i
ABSTRACT	iii
AGRADECIMENTOS	v
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1.Motivação	1
1.2.Sistema Motor In-Wheel	3
1.2.1.Vantagens do Sistema <i>Motor In-Wheel</i>	4
1.2.2.Desvantagens do Sistema <i>Motor In-Wheel</i>	5
1.3.Objectivos e Estrutura da Dissertação	5
Capítulo 2 - Introdução Teórica	9
2.1.Dinâmica Vertical	9
2.1.1.Objectivos e Princípios Básicos do Problema	9
2.2.Modelo dinâmico de ¼ de veículo	10
2.2.1.Elementos de Vibração Mecânica	11
2.2.2.Modelagem e Metodologia	12
2.2.3.Equações Dinâmicas Definidoras do Modelo	14
2.3.Função de Resposta - Domínio do Tempo	15
2.4.Função de Resposta - Domínio da Frequências (FRF)	19
2.5.Análise Modal e Frequência Natural	21
2.6.O Veículo - Parametrização	23
2.6.1.O Veículo	23
2.6.2.A Estrada	25
2.6.3.Sistema <i>Motor In-Wheel</i>	27
2.6.4.Sistema de Suspensão	28
2.6.5.Pneu	32
2.3.Norma ISO 2631-1	33
Capítulo 3 - Análise Dinâmica	37
3.1.Modelo de ¼ de Veículo	37
3.1.1.Modelação Analítica	39
3.1.2.Análise Modal e Frequências Naturais	39

3.2.Função de Resposta - Domínio da Frequência (FRF)	42
3.2.1.Influência da Massa Amortecida pelo Pneu	53
3.2.2.Influência da Constante de Rigidez da Mola	56
3.2.3.Influência do Coeficiente de Amortecimento do Amortecedor	58
3.2.4.Influência da Massa Amortecida	59
3.2.5.Influência da Constante de Rigidez do Pneu	61
3.2.6.Influência do Coeficiente de Amortecimento do Pneu	63
3.2.7.Comparação entre o Veículo Atual e o Veículo Elétrico	65
3.3.Função de Resposta - Domínio do Tempo	68
3.4.Avaliação do Conforto do Veículo em relação à sua Dinâmica Vertical	72
3.5.1.Otimização do Sistema de Suspensão (Conforto)	74
3.5.2.Otimização do Sistema de Suspensão (Segurança)	78
Capítulo 4 - Banco de Ensaios.....	81
4.1.Análise Geométrica e Cinemática.....	82
4.1.2.Análise Cinemática	84
4.2.Conceção da Estrutura do Banco de Ensaios	88
4.2.1.Dimensionamento do Banco de Ensaios	91
Capítulo 5 - Conclusão e Sugestões para o Futuro	105
5.1.Conclusões	105
Bibliografia	109
Anexo I	i
A.I.Determinação das Propriedades Mecânicas do Sistema de Suspensão	ii
Anexo II	xi

Nomenclatura

Abreviaturas

Símbolo	Definição
ABS	Sistema Anti-bloqueio de Travagem (Anti-lock Bracking System)
FEM	Método dos Elementos Finitos (Finite Element Method)
FRF	Funções de Resposta em Frequências (Frequency Response Functions)
LMS Virtual Lab	Software CAE, para tarefas de engenharia, no domínio da dinâmica, assistida por computador
NVH	Ruído, Vibração e Aspereza (Noise, Vibration and Harshness)
PSD	Densidade Espectral de Potência (Power Spectral Density)
SolidWorks	Software CAE, para tarefas de engenharia assistido por computador através do FEM
VRUM	Veículo Rodoviário da Universidade do Minho

Notação

Símbolo	Definição	Unidade SI
\ddot{Z}/X	Resposta da Aceleração da Massa Amortecida	
A_t	Área Transversal	m^2
b_0	Espessura do Banzo	m
$c_{comp.}$	Coeficiente de Amortecimento do Pneu à Compressão	$N.s/m$

Símbolo	Definição	Unidade SI
$c_{ext.}$	Coeficiente de Amortecimento do Pneu em Extensão	$N \cdot s/m$
c_{onda}	Comprimento de Onda	m
c_p	Coeficiente de Amortecimento do Pneu	$N \cdot s/m$
c_s	Coeficiente de Amortecimento do Amortecedor	$N \cdot s/m$
d_0	Diâmetro Médio	m
DR/X	Resposta do Deslocamento Relativo	
F_a	Força da Massa Amortecida	N
F_{am}	Força do Amortecedor	N
F_{ma}	Força aplicada à Massa	N
$F_{máx.}$	Força Máxima	N
F_{mo}	Força aplicada à Mola	N
F_n	Força da Massa não Amortecida	N
F_x	Força Aplicada na Direção de x	N
$G_d(n_0)$	Coeficiente de Rugosidade do Solo	$m^2/ciclo/m$
$G_d(n)$	Função da Rugosidade (Harshness) do Piso	$m^2/ciclo/m$
h_0	Espessura da Alma	m
K_f	Coeficiente Dinâmico de Concentração de Tensões	
k_{fi}	Coeficiente de Fiabilidade	
k_p	Constante de Rigidez do Pneu	N/m
k_s	Coeficiente de Acabamento Superficial	
k_s	Constante de Rigidez da Mola	N/m

Símbolo	Definição	Unidade SI
k_t	Coeficiente de Tamanho	
k_T	Coeficiente de Temperatura	
m_a	Massa Amortecida	kg
m_n	Massa não Amortecida	kg
M_x	Momento de Flexão na Direção de x	$N.m$
n_0	Frequência de Referência Espacial	$ciclos/m$
$N_{máx.}$	Carga Máxima	N
v_i	Modo de Vibração do Sistema	
\ddot{x}	Aceleração Inicial	m/s^2
\dot{x}	Velocidade Inicial	m/s
Y/X	Resposta da Massa não Amortecida no Domínio da Frequência	
\ddot{y}	Aceleração da Massa não Amortecida	m/s^2
\dot{y}	Velocidade da Massa não Amortecida	m/s
Z/X	Resposta da Massa Amortecida no Domínio da Frequência	
\ddot{z}	Aceleração da Massa Amortecida	m/s^2
\dot{z}	Velocidade da Massa Amortecida	m/s
ξ_a	Razão de Amortecimento da Massa Amortecida	
ξ_p	Razão de Amortecimento da Massa não Amortecida	
σ_{\perp}	Tensão Perpendicular	MPa
σ_{ced}	Tensão de Cedência	MPa

Símbolo	Definição	Unidade SI
σ_f	Tensão de Fadiga	<i>MPa</i>
σ_{fadm}	Tensão de Fadiga Admissível	<i>MPa</i>
$\sigma_{m\acute{a}x.}$	Tensão Normal Máxima	<i>MPa</i>
$\sigma_{m\acute{e}d.}$	Tensão Normal Média	<i>MPa</i>
φ_a	Ângulo de Desfasamento da Massa Amortecida	<i>rad</i>
φ_{ds}	Ângulo de Desfasamento do Deslocamento Relativo	<i>rad</i>
φ_n	Ângulo de Desfasamento da Massa não Amortecida	<i>rad</i>
ω_a	Frequência Angular da Massa Amortecida	<i>rad/s</i>
ω_i	Frequência Angular Natural do Sistema	<i>rad/s</i>
ω_n	Frequência Angular da Massa não Amortecida	<i>rad/s</i>
a	Aceleração da Massa	<i>m/s²</i>
A	Área	<i>m²</i>
b	Comprimento da Alma	<i>m</i>
c	Coeficiente de Amortecimento	<i>N.s/m</i>
$des.$	Deslocamento da mola	<i>m</i>
DR	Amplitude da Onda do Deslocamento Relativo	<i>m</i>
e	Espessura da Chapa	<i>m</i>
f	Frequência	<i>Hz</i>
F	Força de Excitação	<i>N</i>

Símbolo	Definição	Unidade SI
g	Espessura da Garganta	m
h	Comprimento do Banzo	m
I	Momento de Inércia	m^4
k	Constante de rigidez	N/m
l	Comprimento de Contacto entre Pneu e os Parafusos	m
m	Massa	kg
n	Frequência Espacial	$ciclos/m$
np	Número de Parafusos	
P	Esforço	N
r	Razão de Frequências	
t	Tempo	s
T	Período	s^{-1}
v	Velocidade que atua o Amortecedor	m/s^2
w	Espessura do Cateto da Solda	m
W	Módulo de Resistência à Flexão	m^3
x	Deslocamento Inicial	m
X	Amplitude da Excitação Inicial	m
y	Deslocamento da Massa não Amortecida	m
Y	Amplitude da Onda da Massa não Amortecida	m
z	Deslocamento da Massa Amortecida	m
Z	Amplitude da Onda da Massa Amortecida	m

Símbolo	Definição	Unidade SI
ε	Razão de Massas	
τ	Tensão de Corte	<i>MPa</i>
ω	Frequência Angular	<i>rad/s</i>

Glossário

Termos	Definição
Cubo da Jante	Espaço interior da jante de um veículo
Massa Amortecida	Toda a massa que é suportada e amortecida pelo sistema de suspensão
Massa não Amortecida/Amortecida pelo Pneu	Toda a massa que não é suportada pelo sistema de suspensão (Pneus, jantes, sistema de suspensão, sistema de travagem, entre outros)
Motor In-wheel	Sistema onde é acoplado um motor elétrico às jantes de um veículo
Sistema de Travagem Regenerativa	Sistema de recuperação da energia cinética de uma travagem em energia elétrica

Capítulo 1 - Introdução

1.1.Motivação

Existe há já algum tempo uma enorme preocupação em melhorar o meio ambiente. A energia e a forma como esta tem sido obtida criaram graves problemas relacionados com o aquecimento global.

Os problemas relacionados com a emissão de gases poluentes pelos veículos automóveis são hoje alvo de grande preocupação na indústria automóvel. O efeito de estufa está intimamente relacionado com os gases poluentes emitidos pelos motores de combustão dos veículos automóveis. E o aumento progressivo do número de automóveis em circulação cria uma clara necessidade de desenvolvimento de tecnologia automóvel com melhores desempenhos e a baixos custos [1].

A melhor solução de mobilidade para responder aos problemas de poluição são os veículos motores com zero emissões de gases poluentes: os híbridos Plug-in, os veículos movidos a hidrogénio, os veículos elétricos, veículos de tração animal, entre outros. Dentro desta gama destaca-se o veículo elétrico, pois as suas baterias podem ser recarregadas apenas de fontes de energia renovável. Este fator torna-o mais atrativo para a indústria automóvel em detrimento de outros veículos com zero emissões.

A indústria automóvel é muito competitiva, acrescentando a necessidade de inovação. O sistema *motor in-wheel* ou *hub motor* torna-se assim uma mais-valia para esta indústria, uma vez que acrescenta mais vantagens aos veículos elétricos. Este sistema difere dos restantes veículos elétricos pois consiste na incorporação de um motor elétrico no cubo de uma jante, tracionando a roda diretamente. Porém, o suplemento de massa que é acrescentado à massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão pode pôr em causa o conforto e a segurança dos passageiros. Apesar de todas as suas contrapartidas, esta tecnologia é bastante promissora.

Este trabalho está integrado no âmbito do projeto MIT Pt/ EDAM-SMS/0030/2008. Pretende-se modificar um veículo protótipo movido por um motor de combustão interna num veículo elétrico com o sistema *motor in-wheel*.

Quando projetam um veículo, os construtores automóveis tentam diminuir o peso à roda do automóvel. Esta diminuição de peso reduz a massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão, conferindo ao veículo um melhor nível de conforto [2], [3] e [4]. Quando se modifica um veículo, integrando o motor elétrico na jante, a massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão aumenta.

Esta dissertação surge como uma necessidade de análise e avaliação da viabilidade na implementação desta tecnologia no veículo rodoviário simplificado existente na U.M..

O veículo protótipo em estudo está representado na Fig. 1.1.



Fig. 1.1 - Veículo Rodoviário da Universidade do Minho

Neste início do projeto, seguiram-se 3 estudos em vertentes paralelas. Numa das vertentes, recorreu-se a um veículo existente nas instalações da U.M. como referência inicial, para estudo de um sistema de suspensão. Por outro lado, procurou-se estudar e avaliar as consequências da substituição do motor de combustão interna por um sistema com um motor elétrico incorporado nas rodas. Por fim, para se poder avaliar as reais capacidades do sistema a desenvolver, projetou-se um banco de ensaios com o fim de testar em laboratório o sistema em estudo.

Durante o decurso deste trabalho analisaram-se diversos sistemas de suspensão disponíveis no mercado, de entre os quais o que se estudou no presente trabalho. Neste âmbito, surgiu a possibilidade de participar no projeto de investigação de um sistema de barra de torção, concretamente, na determinação automatizada do centro de torção de sistemas abertos confinados numa secção interior a uma área (envelope), que durou 6 meses através de uma bolsa de investigação. Trabalho que foi concluído com êxito.

Este trabalho, confidencial, foi entregue á empresa Sodecia que o solicitou.

1.2.Sistema Motor In-Wheel

Tradicionalmente, o motor do automóvel – elétrico ou de combustão interna – é montado na parte central da frente do veículo.

O sistema *motor in-wheel* ou *hub motor* é um sistema inovador e simples, que tal como o nome indica, é simplesmente a incorporação de um motor elétrico no cubo das jantes da roda. Esta alteração permite que o motor tracione diretamente a roda do veículo.

Os motores elétricos são controlados de forma mais simples que os motores de combustão interna, o que permite melhorar o desempenho do automóvel. Esta melhoria possibilita o desenvolvimento de outras tecnologias tais como a prevenção de acidentes por um controlo inteligente de movimento [5].

Esta tecnologia já existe há algum tempo: a primeira patente desta surge em 1884, por Wellington Adams para a companhia elétrica Adams nos Estados Unidos [6]. O primeiro motor

funcional instalado no cubo de uma jante surge em 1890, patenteado por Albert Parcele [7]. O veículo elétrico mais célebre que utilizava esta tecnologia foi o Lohner-Porsche, que utilizava quatro motores elétricos em cada roda [8].

Até agora o sistema *motor in-wheel* apenas foi aplicado a veículos protótipos. Existem algumas empresas que estão a desenvolver esta tecnologia, de entre as quais se destacam: a Michelin com a sua *Active Wheel Drive*, a Siemens com a *eCorner*, e a Bridgestone com a *Dynamic-Damping In-Wheel Motor Drive System*.

O sistema da Michelin e da Siemens incorpora uma suspensão ativa ao sistema *motor in-wheel*. Esta suspensão ativa é atuada por um segundo motor elétrico e diminui o efeito causado pelo acréscimo de peso à massa não amortecida [9] e [10].

A estratégia da Bridgestone para resolver o problema do acréscimo de massa à roda é o acoplamento flexível do motor à jante, utilizando para isso quatro molas e dois amortecedores tubulares que isolam o motor da massa não amortecida. A Bridgestone afirma que o motor funciona como um amortecedor, eliminando as vibrações causadas pela irregularidade do piso através das vibrações do motor [11].

1.2.1.Vantagens do Sistema *Motor In-Wheel*

Para além da simplicidade e eficiência de um motor elétrico acima descritas, este tipo de sistema permite outras vantagens.

Quando se monta um motor elétrico diretamente na jante de uma roda, a eficiência energética do veículo aumenta, pois a transmissão da potência do motor é aplicada diretamente à roda do veículo, reduzindo as perdas. Esta alteração permite a eliminação de elementos mecânicos que degradam parte da potência transmitida pelo motor, tais como veios de transmissão, caixa de velocidades, entre outros. Para além disso, o peso do veículo é reduzido, reduzindo também o custo do veículo [12] e [13]. As rodas do veículo são controladas por um computador de maneira independente, possibilitando uma resposta dinâmica do veículo mais eficaz. Este facto permite que também outros sistemas de segurança possam ser

implementados a baixo custo: ABS, sistema de travagem regenerativa, sistema de *cruise control* ativo, assistência à travagem, entre outros.

A tecnologia das rodas motrizes cria um espaço vazio no veículo no local onde antes estavam os componentes mecânicos acima referidos. Isto permite que o veículo seja redesenhado, aumentando o espaço disponível, a segurança e conforto dos passageiros.

O sistema *motor in-wheel* permite ainda que o centro de massa do veículo baixe, aumentando a sua segurança e estabilidade.

1.2.2.Desvantagens do Sistema *Motor In-Wheel*

Apesar de todas as vantagens referidas anteriormente, o sistema *motor in-wheel* tem uma desvantagem: quando se monta um motor elétrico no cubo de uma jante, acrescenta-se uma grande massa à massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão. Este aumento significativo da massa das rodas pode prejudicar a segurança e o comportamento do veículo. Como resultado do aumento da massa não amortecida, a inércia das rodas é maior, fazendo com que a suspensão demore mais tempo a reagir às solicitações impostas pelo piso. Um aumento do peso nas rodas pode reduzir a estabilidade e controlo do veículo, assim como o conforto dos passageiros [14], [15] e [16].

Outras desvantagens desta tecnologia prendem-se na dificuldade de aceder ao motor elétrico, dificuldade de refrigeração, entre outros.

1.3.Objectivos e Estrutura da Dissertação

Neste trabalho pretende-se viabilizar a implementação do sistema *motor in-wheel* num veículo protótipo preparado para um motor de combustão interna. É necessário estudar o impacto que a implementação do sistema motor de rodas motrizes terá no conforto do veículo.

Para atingir este objetivo é necessário desenvolver uma metodologia para analisar o comportamento dinâmico do veículo disponível, Fig. 1.1, depois de modificado. O comportamento dinâmico será posteriormente avaliado. Sendo esta uma primeira abordagem, não se recorrerá ainda à análise experimental, que poderá ser realizada em fase posterior.

Propõe-se neste trabalho uma otimização dos parâmetros do veículo que interferem no comportamento dinâmico deste, com o intuito de uma melhor adaptação do sistema *motor in-wheel*, a um veículo comercial.

Para validar a metodologia desenvolvida para analisar o comportamento dinâmico do veículo recorreu-se ainda a um programa de análise dinâmica, o LMS Virtual Lab. Através deste procedimento é possível confirmar os deslocamentos e as acelerações a que os corpos intervenientes na análise são sujeitos.

É ainda proposta uma solução construtiva de um banco de ensaios para a realização de análises experimentais em laboratório.

Este trabalho está dividido em 5 capítulos.

No Capítulo 1 é descrita a motivação para a execução deste trabalho, é realizada uma introdução ao tema sob investigação, bem como um pequeno resumo do estado da arte, e são expostos os objetivos desta dissertação.

No Capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos para a realização deste trabalho, nomeadamente os critérios para o desenvolvimento da metodologia de análise do comportamento dinâmico de um veículo e os componentes intervenientes no comportamento dinâmico do veículo.

O Capítulo 3 é dividido em duas partes: na primeira, é desenvolvida a metodologia necessária para analisar as vibrações do veículo protótipo em função da frequência de excitação. São também analisados os resultados obtidos através do método desenvolvido para simulação do comportamento dinâmico do veículo e ainda uma validação utilizando o *software* LMS Virtual Lab; na segunda parte é analisado e otimizado o sistema de suspensão. As análises resultantes do modelo atual e do modelo otimizado são comparadas.

No Capítulo 4 é realizada uma análise geométrica e cinemática do veículo disponível em estudo. É ainda modelado e dimensionado um banco de ensaios para a realização de testes experimentais do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro real em laboratório.

No Capítulo 5 apresentam-se as conclusões dos resultados obtidos, bem como sugestões para desenvolvimentos no futuro.

Capítulo 2 - Introdução Teórica

2.1.Dinâmica Vertical

A Dinâmica Vertical é o estudo da ação das forças que interagem com o veículo aquando o seu uso e das oscilações/vibrações resultantes.

As vibrações a que um veículo, e consequentemente os seus passageiros, estão sujeitos aquando o seu funcionamento é uma característica que o projetista do automóvel tenta evitar.

Será dada uma especial importância à análise das frequências de resposta, pois são a base utilizada para otimização de suspensões de veículos.

2.1.1.Objectivos e Princípios Básicos do Problema

O principal objetivo da dinâmica vertical é a alteração da suspensão de um automóvel e do seu amortecimento, a fim de garantir um melhor conforto aos passageiros. A suspensão gera uma resposta – uma força de reação – à carga aplicada pelas irregularidades da estrada pela qual o veículo transita.

A tensão da carga aplicada ao pneu pode ser obtida através das acelerações da jante e do chassis.

O piso irá criar forças na direção vertical, longitudinal e lateral da roda, que estão interligadas pelo coeficiente de fricção entre o pneu e o piso ou a estrada. A influência da força aplicada na direção vertical em relação à força que é aplicada nas direções longitudinal e lateral do pneu é tão pouca que pode ser desprezada.

A maximização da segurança na condução pode ser conseguida com uma variação mínima da carga aplicada nas rodas.

O conforto de um veículo é subjetivo a cada pessoa.

Na dinâmica vertical, o conforto de um veículo é analisado de acordo com as amplitudes e acelerações que são transmitidas ao corpo dos ocupantes. Na prática, estes valores são usados como critério de conforto.

2.2. Modelo dinâmico de $\frac{1}{4}$ de veículo

Para investigação sobre o conforto e segurança na condução devem ser usados modelos de veículo e estrada, analisando-se a interação dos mesmos entre si.

Os modelos mais simples representam uma boa aproximação da realidade e podem ser usados para estudos básicos sobre o conforto e segurança do veículo, como por exemplo o modelo bidimensional de $\frac{1}{4}$ de veículo, que utiliza um modelo de estrada simples. Nesse modelo, desprezam-se as acelerações laterais e longitudinais, e apenas são obtidas representações das acelerações e movimento da jante e do chassis.

Apesar de ser um modelo simplificado, espera-se que os resultados sejam muito próximos da realidade, tornando-se uma base para o estudo da dinâmica vertical do veículo [17] e [18].

O modelo de $\frac{1}{4}$ de carro representa uma aproximação suficiente, uma vez que a análise em causa simula o comportamento do sistema que inclui a aplicação do motor elétrico no interior da jante.

2.2.1. Elementos de Vibração Mecânica

Dos compêndios da mecânica clássica sabe-se que as vibrações mecânicas são o resultado da transformação contínua de energia cinética em energia potencial, e vice-versa. A oscilação cíclica da energia cinética pode ser explicada como o movimento periódico de uma massa, que leva a que essa transformação de energia seja denominada de vibração mecânica.

Assim, é possível identificar dois elementos que constituirão um sistema que represente o veículo na realidade: a massa é o elemento mecânico que armazena a energia cinética, e a mola é o elemento mecânico que armazena a energia potencial. Para além disso, existe uma energia que se dissipa, não se mantendo constante durante o processo – esse elemento mecânico é materializado pelo amortecedor.

Assim, a expressão para o cálculo da força necessária para o movimento da massa representa-se pela Eq. 2.1.

$$F_{ma} = m.a$$

Eq. 2.1

onde m [kg] representa a massa e a [m/s²] representa a aceleração a que a massa é sujeita.

A expressão da força necessária para deflectir um elemento de mola é a Eq. 2.2

$$F_{mo} = k.des$$

Eq. 2.2

onde k [N/m] representa a constante de rigidez da mola e des [m] o deslocamento que esta sofre.

A energia dissipada pelo sistema num ciclo é o efeito do amortecimento efetuado pelo amortecedor. A força necessária para o amortecedor atuar pode ser calculada através da expressão Eq. 2.3.

$$F_{am} = c.v$$

Eq. 2.3

onde $c [N.s/m]$ representa a constante de amortecimento viscoso do amortecedor e $v [m/s]$ representa a velocidade a que atua o amortecedor.

Admitindo um sistema harmónico, as vibrações são caracterizadas pela expressão Eq. 2.4

$$x = A.\sin(\omega t)$$

Eq. 2.4

sendo que $A [m]$ representa a amplitude de onda, $\omega [rad/s]$ representa a frequência angular e $t [s]$ representa o tempo. A frequência angular também pode ser transformada na frequência cíclica, $f [Hz]$, que representa o número de ciclos por segundo, através da Eq. 2.5.

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Eq. 2.5

2.2.2. Modelagem e Metodologia

Para a realização da análise das vibrações de um veículo utiliza-se o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro, representado na Fig. 2.1. Nesta figura está representado o amortecimento do pneu, que expressa as suas propriedades viscoelásticas. Na maior parte dos estudos o amortecimento do pneu é desprezado, pois a sua magnitude é usualmente muito inferior à da suspensão e simplifica o processo de cálculo. No entanto, no carro em estudo, optou-se pela sua inclusão, uma vez que a adição da massa do motor no sistema pode incrementar a inferência do amortecimento do pneu na resposta do sistema.

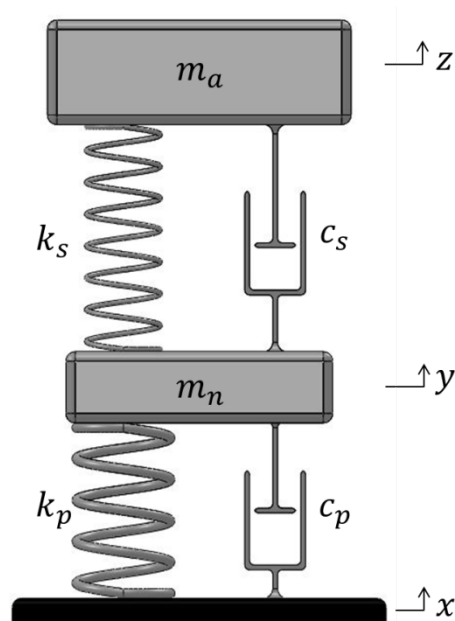


Fig. 2.1 - Modelo de 1/4 de carro

O modelo de 1/4 de carro é um sistema que utiliza dois corpos (duas massas: m_a e m_n) que estão ligados entre si por um sistema mola-amortecedor. A massa m_a representa a massa que é amortecida pelo sistema de suspensão (massa amortecida); m_n representa a massa que não é amortecida pelo sistema de suspensão (motor elétrico, jante, pneu, etc.).

O sistema mola-amortecedor entre ambas as massas recria no modelo o efeito da suspensão do veículo. O sistema da suspensão é composto por uma mola com rigidez constante k_s e por um amortecedor com coeficiente de amortecimento c_s .

Existem ainda dois elementos, k_p , e c_p , que simulam o contacto entre o pneu e o solo, e que está entre um bloco que simula o solo e as suas irregularidades e a massa m_n .

Este modelo tem dois graus de liberdade, ambos na direção vertical, o que permite uma análise dos deslocamentos e acelerações verticais das massas m_a e m_n . As acelerações a que a massa m_a é sujeita durante a análise são muito aproximadas às que os passageiros do veículo estão sujeitos.

O sistema idealizado apresenta algumas limitações que devem ser levadas em conta: o modelo de 1/4 de carro não contempla alguns componentes, nem a sua geometria; as características dos amortecedores são obrigatoriamente lineares; e apenas tem em conta uma das quatro rodas do veículo completo.

Neste modelo também é assumida a condição de que a roda está sempre em contacto com o piso, o que não é totalmente verdade, pois para frequências mais elevadas tal não acontece.

2.2.3. Equações Dinâmicas Definidoras do Modelo

Uma vez obtido um modelo de simulação da dinâmica vertical do veículo, o próximo passo é a obtenção das equações dinâmicas desse sistema. Este passo é realizado aplicando a segunda Lei de Newton.

No modelo da Fig. 2.1 existem duas massas ou dois corpos que se deslocam na direção vertical, logo ambos modelos têm 2 graus de liberdade. Esses dois deslocamentos são os que permitem estudar e caracterizar as vibrações que o sistema sofre quando é excitado.

Assim sendo, cria-se a necessidade de se satisfazer as equações Eq. 2.6 e Eq. 2.7.

$$m_a \ddot{z} = \sum F_a \quad \text{Eq. 2.6}$$

e

$$m_n \ddot{y} = \sum F_n \quad \text{Eq. 2.7}$$

onde $\sum F_a$ é o somatório de todas as forças que o corpo m_a sofre e que provocam a aceleração vertical a que ele é sujeito. As forças que atuam em m_a são provocadas pela mola k_s da suspensão, pelo amortecedor c_s da suspensão e pela gravidade afeta ao próprio corpo. A reação que a massa não amortecida m_n realiza na massa amortecida m_a é expressa analiticamente através da força que a mola e o amortecedor da suspensão, k_s e c_s , exercem na massa amortecida.

Por sua vez, $\sum F_n$ é o somatório de todas as forças que o corpo m_n sofre e que provocam a aceleração vertical a que está submetido. Os elementos do sistema que atuam na massa m_n são: a mola k_s da suspensão, a mola k_p do pneu, o amortecedor c_s da suspensão, o

amortecedor c_p do pneu e a força da gravidade. A força que a massa m_a exerce na massa m_n está expressa na reacção da mola e do amortecedor k_s e c_s , respectivamente.

A força da gravidade pode ser excluída das equações, simplificando-as, razão pela qual se estabelece que a aceleração calculada será absoluta em ambos os corpos.

O modelo linear pode agora ser facilmente colocado na sua forma matricial clássica

Eq. 2.8

$$[m]\ddot{x} + [c]\dot{x} + [k]x = F$$

onde F representa a força de excitação a que o sistema está sujeito.

2.3. Função de Resposta - Domínio do Tempo

Para achar a função da resposta de um sistema, considerando uma excitação harmónica do tipo sinusoidal, como

Eq. 2.9

$$x = X \sin(\omega t)$$

deve ser esperada uma resposta do mesmo tipo. Então, a resposta das massas m_a e m_n à excitação considerada, virá

Eq. 2.10

$$z = A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) = Z \sin(\omega t + \varphi_a)$$

e

Eq. 2.11

$$y = A_2 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t) = Y \sin(\omega t + \varphi_n)$$

Será ainda considerado o deslocamento relativo entre ambas as massas. Este deslocamento é resultado do deslocamento do amortecedor quando atuado, e representa o curso utilizado pelo amortecedor.

Uma das limitações do cálculo analítico do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro é a consideração de um curso ilimitado da suspensão, ou seja, a diferença da posição das massas, amortecida e não amortecida, teoricamente, pode ser infinita.

O deslocamento relativo entre ambas as massas do modelo é representado pela Eq. 2.12.

Eq. 2.12

$$dr = z - y = (A_1 - A_2) \sin(\omega t) + (B_1 - B_2) \cos(\omega t) = DR \sin(\omega t + \varphi_{dr})$$

O passo seguinte é derivar as funções y e z (Eq. 2.9 e 2.10) em ordem ao tempo e substituir, respetivamente, cada função na equação matricial.

Assim,

Eq. 2.13

$$\dot{z} = \omega A_1 \cos(\omega t) - \omega B_1 \sin(\omega t)$$

Eq. 2.14

$$\ddot{z} = -\omega^2 A_1 \cos(\omega t) - \omega^2 B_1 \sin(\omega t)$$

Eq. 2.15

$$\dot{y} = \omega A_2 \cos(\omega t) - \omega B_2 \sin(\omega t)$$

Eq. 2.16

$$\ddot{y} = -\omega^2 A_2 \cos(\omega t) - \omega^2 B_2 \sin(\omega t)$$

Para simplificar a resolução do problema, as equações podem ser reescritas, tratando as suas expressões como funções complexas. Será considerado como parte real e imaginária da função os componentes desta que são definidos pelas equações $\sin(\omega t)$ e $\cos(\omega t)$, respectivamente.

A resolução do problema ficará mais simples se forem substituídas as seguintes propriedades características do sistema:

Eq. 2.17

$$\varepsilon = \frac{m_a}{m_n}$$

Eq. 2.18

$$\omega_a = \sqrt{\frac{k_s}{m_a}}$$

Eq. 2.19

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{m_n}}$$

Eq. 2.20

$$\xi_a = \frac{c_s}{2m_a\omega_a}$$

Eq. 2.21

$$\xi_p = \frac{c_p}{2m_n\omega_n}$$

Eq. 2.22

$$r = \frac{\omega}{\omega_a}$$

Para uma resolução mais simples, colocam-se as equações algébricas na sua forma matricial.

Eq. 2.23

$$[MC] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = [F]$$

onde $[MC]$ é a matriz característica e $[F]$ a matriz do deslocamento da força de excitação.

Assim, as constantes desconhecidas A_1, A_2, B_1 e B_2 podem ser encontradas resolvendo a Eq. 2.24.

Eq. 2.24

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = [F][MC]^{-1}$$

Agora resta apenas calcular a amplitude da Z e Y e os ângulos de fase φ_a e φ_n .

A Eq. 2.10 pode ser desenvolvida,

Eq. 2.25

$$z = A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) = Z \cos(\varphi_a) \sin(\omega t) - Z \sin(\varphi_a) \cos(\omega t)$$

Pelo que

Eq. 2.26

$$A_1 = Z \cos(\varphi_a)$$

Eq. 2.27

$$B_1 = -Z \sin(\varphi_a)$$

deduzindo-se então que

Eq. 2.28

$$Z = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

e

Eq. 2.29

$$\varphi_a = \tan^{-1} \left(\frac{-B_1}{A_1} \right)$$

ficando assim completamente definida a função z do deslocamento m_a . O mesmo procedimento será necessário para ser obtida a função y do deslocamento de m_n .

A análise do deslocamento permite uma previsão do que acontece quando o sistema é atuado.

Segundo a Norma ISO 2631, a medida que deve ser utilizada para análise é a aceleração. Apenas deve ser considerada a velocidade ou o deslocamento quando a amplitude de vibração for reduzida ou no caso de frequências muito baixas [19].

A aceleração pode ser convertida e usada para descrever vários tipos de unidades que descrevem vibrações, nomeadamente forças, energias, etc.

Para se obter a função de resposta no domínio do tempo das acelerações das massas m_a e m_n , basta derivar as funções de entrada e de saída em ordem ao tempo duas vezes,

$$\ddot{z} = -\omega^2 Z \sin(\omega t + \varphi_a)$$

Eq. 2.30

$$\ddot{y} = -\omega^2 Y \sin(\omega t + \varphi_n)$$

Eq. 2.31

2.4. Função de Resposta - Domínio da Frequências (FRF)

É frequente e conveniente utilizar funções de resposta no domínio de frequências para prever e analisar a dinâmica de um sistema. A FRF ou função de transferência é uma representação convencional de um sistema dinâmico linear que não é variável no tempo.

A função de transferência pode ser obtida por manipulações algébricas simples das equações diferenciais do sistema. Resumidamente, é a razão entre a amplitude da frequência de saída (vibração do corpo em estudo), e a amplitude da frequência de entrada (excitação a que o sistema é sujeito).

Assim, se aplicarmos a mesma fórmula usada anteriormente para a função de excitação

$$x = X \sin(\omega t)$$

Eq. 2.32

a amplitude da excitação será X .

As funções de resposta das massas m_a e m_n virão

Eq. 2.33

$$z = A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) = Z \sin(\omega t + \varphi_a)$$

Eq. 2.34

$$y = A_2 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t) = Y \sin(\omega t + \varphi_n)$$

onde Z e Y são as amplitudes das frequências de saída.

Considerando as equações do movimento utilizadas anteriormente para o sistema em estudo, e repetindo todo o processo até à obtenção da equação matricial resolvente,

Eq. 2.35

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = [F][MC]^{-1}$$

é possível obterem-se os valores de A_1, A_2, B_1 e B_2 , e por consequência, os valores das amplitudes Z e Y .

Eq. 2.36

$$Z^2 = A_1^2 + B_1^2$$

Eq. 2.37

$$Y^2 = A_2^2 + B_2^2$$

Estão assim encontradas as funções de resposta de frequência:

- para a massa m_a ,

Eq. 2.38

$$\frac{Z}{X}$$

- para a massa m_n ,

Eq. 2.39

$$\frac{Y}{X}$$

E as funções de resposta no domínio da frequência das massas m_a e m_n estão assim totalmente definidas.

Como foi referido anteriormente, segundo a Norma ISO 2631, a medida que deve ser utilizada para análise deve ser a aceleração.

Considere-se então a Eq. 2.40

Eq. 2.40

$$\frac{\ddot{Z}}{X}$$

como a função de resposta da massa m_a .

2.5. Análise Modal e Frequência Natural

Todos os sistemas mecânicos têm um comportamento natural único, cuja resposta é expressa por vibrações não forçadas e não amortecidas.

As frequências naturais são características dependentes da inércia e da rigidez, logo não contemplam o amortecimento nem excitações exteriores ao sistema. Uma vez impostas estas condições, o sistema será denominado de sistema livre.

As frequências naturais não implicam um problema, mas se a frequência a que o sistema é excitado coincide com uma frequência natural, ocorrerá uma vibração excessiva, com acelerações que poderão ser prejudiciais, no caso do automóvel, à sua estrutura bem como aos seus passageiros. Este fenómeno é conhecido como ressonância. A ressonância atua como um amplificador da onda e consequentemente das acelerações do sistema em estudo.

Torna-se assim necessário identificar e quantificar estas frequências, e saber como afetam ou podem afetar a resposta do sistema em análise quando excitado por uma força qualquer.

Assim, para se determinarem as frequências naturais de um sistema, bem como os seus modos de vibração, terão de ser definidas as equações dinâmicas gerais do sistema,

Eq. 2.41

$$[m]\ddot{x} + [c]\dot{x} + [k]x = F$$

A equação do sistema livre é determinada eliminando os termos da força e do amortecimento

Eq. 2.42

$$[m]\ddot{x} + [k]x = 0$$

Se definirmos que a resposta do sistema livre será harmónica, então

Eq. 2.43

$$x = \sum_{i=1}^n v_i [A_i \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)]$$

onde x representa a função de resposta do sistema livre, ω_i as frequências naturais do sistema, v_i os modos de vibração do sistema.

Como

Eq. 2.44

$$\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -\omega^2 x$$

então

Eq. 2.45

$$[[k] - \omega^2 [m]]x = 0$$

As frequências naturais ω_i são obtidas a partir da resolução da equação característica do sistema livre

Eq. 2.46

$$\det[[k] - \omega^2 [m]] = 0$$

e os modos de vibração l_i das respectivas frequências naturais ω_i são obtidos após a resolução da Eq. 2.43.

Eq. 2.47

$$[[k] - \omega_i^2 [m]] l_i = 0$$

Assim, a resposta do sistema livre encontrar-se-á completamente definida, tal como as frequências naturais, que deverão ser evitadas aquando o funcionamento do sistema.

2.6.0 Veículo - Parametrização

No Capítulo 1 deu-se a conhecer a tecnologia *motor in-wheel* como uma solução bastante interessante para os veículos elétricos. Contudo, esta tecnologia tem o grande inconveniente de acrescentar uma grande massa às rodas, degradando o conforto e diminuindo o contacto entre o pneu e o piso. Tornam-se assim necessários estudos e simulações a fim de investigar e perceber esses efeitos nocivos; e a melhor maneira de os analisar é através da análise dinâmica do veículo.

O comportamento dinâmico de um veículo pode ser representado por uma cadeia de interações entre o veículo, a estrada, o meio ambiente e o condutor. O condutor interage de várias maneiras com o veículo (pedal do acelerador e do travão, volante, etc.) condicionando as vibrações que o veículo sofre, e que por sua vez lhe são transmitidas influenciando o seu comportamento. Outros fatores, como o tráfego na estrada ou o estado de espírito do condutor afetam igualmente o comportamento deste. Mas por ser uma reação demasiado complexa, considera-se para efeitos de estudo o condutor ideal.

Neste capítulo são expostos e determinados os vários parâmetros e sistemas do veículo protótipo em estudo, necessários à sua análise dinâmica.

2.6.1.0 Veículo

O veículo em estudo foi construído no âmbito do estágio “Veículo Rodoviário da Universidade do Minho”, pelo que apelidaram o veículo protótipo de VRUM. Segundo Moreira [20], o VRUM é um veículo automóvel especial (todo o terreno), que tem como modelo base um

Citroen Visa *Club*. O veículo tem como finalidade a sua utilização fora da via pública, motivo pelo qual não foi respeitado ou seguido qualquer tipo de legislação ou processo de homologação da Direção Geral de Viação. Na conceção do veículo, preocuparam-se apenas com o seu baixo custo e com a facilidade de construção, tendo sempre em consideração que teria de resistir às cargas sofridas durante a sua utilização. Basicamente, o projeto do VRUM centrou-se na conceção, análise e fabrico da estrutura (quadro) [20].

O quadro foi influenciado pelo motor escolhido – um motor de 2 cilindros de um Citroen Visa *Club*. Na construção do VRUM foram utilizadas todas as peças e órgãos especiais de um Citroen Visa *Club*, com a exceção das suspensões traseiras (conjunto mola-amortecedor tipo moto), pois a finalidade do veículo-base foi alterada: deixou de ser um veículo de estrada passando a ser um veículo todo o terreno.

No relatório, Moreira [20] afirma que o único critério que teve em conta aquando da escolha do sistema de suspensão traseira foi o de que o sistema de suspensão tivesse um curso mais longo, para que permitisse que o protótipo circulasse melhor por pisos mais degradados. Como tal, optaram por adquirir sistemas de suspensão dianteira de um Honda Civic que permitem um curso de suspensão maior [20].

No âmbito do projeto MIT Pt/ EDAM-SMS/0030/2008 pretende-se aqui analisar e estudar uma possível transformação do VRUM num veículo elétrico, utilizando a tecnologia *motor in-wheel*, removendo-se o motor de combustão interna e montando-se um motor elétrico dentro do cubo da jante de cada roda. Serão também colocadas baterias no veículo.

Para a análise dinâmica do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo é necessário o peso que a suspensão suporta, ou seja, o peso do chassis ou do quadro, os componentes e sistemas do veículo (de entre os quais as baterias que alimentarão os motores elétricos), o peso de 2 passageiros e de alguma carga que o veículo permita transportar. A soma de todas essas massas é denominada de massa amortecida, uma vez que é a massa que a suspensão amortece.

Como o valor da massa amortecida não foi fornecido, foi adotado o valor que foi utilizado no trabalho de Schalkwyk, D. [21]. O motivo que levou a que fosse o escolhido é pelo facto de este trabalho estar associado a uma empresa que fabrica motores elétricos *in-wheel*, a *Protean Electric*. A massa amortecida terá o valor

$$m_a = 1100/4 = 275 \text{ kg}$$

2.6.2.A Estrada

As irregularidades da estrada ou do piso por onde o veículo circula são a origem da maior parte das vibrações que um veículo sofre.

Neste trabalho, é utilizado um modelo de estrada simples, em detrimento de um modelo aleatório complexo, que iria complicar a análise.

Se o veículo se deslocar sobre um determinado piso, então a sua posição momentânea pode ser descrita por uma trajetória variável do tipo sinusoidal.

Para o modelo de estrada, a forma do obstáculo é aproximada a uma função regular, de forma sinusoidal.

Uma excitação periódica de forma sinusoidal pode ser expressa pela Eq. 2.48.

Eq. 2.48

$$y(t) = A \sin(\omega t)$$

onde t representa o tempo, A a amplitude máxima da onda, e ω a velocidade angular. Se a velocidade v_0 com que o veículo viaja for constante, então

Eq. 2.49

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

onde f é a frequência de excitação e T o período da onda da frequência de excitação.

2.6.2.1. Perfil das Irregularidades do Solo como Função Aleatória

Numa tentativa de se investigar o conforto do veículo, simulou-se a excitação do solo sob a forma de uma onda sinusoidal. Enquanto que este tipo de função permite uma base para estudos comparativos de várias configurações do sistema, não serve como base válida para o estudo do conforto e comportamento do veículo.

Existem outras aproximações para a modelação do contacto entre o pneu com o solo, para além da que está acima descrita. Essas aproximações podem focar-se numa descrição mais detalhada da superfície do solo, da interação entre o pneu e o solo, das características específicas do pneu, ou de ambas.

Se a estrada fosse literalmente lisa, não existiriam forças dinâmicas e a suspensão do veículo estaria sempre em repouso. É o estímulo das irregularidades da superfície do piso que excitam as forças dinâmicas, como foi descrito no modelo de 1/4 de carro.

Uma das aproximações é a modelação da superfície da estrada como um processo aleatório de Gauss (no domínio do espaço) cuja função PSD está normalizada na Norma ISO 8608 [30]. Esta norma baseia-se na pressuposição de que uma determinada estrada em análise tem propriedades estatísticas iguais ao longo de toda uma determinada secção. Ou seja, o piso da estrada é uma combinação de um amplo número de grandes e pequenas protuberâncias periódicas com diferentes amplitudes. Esta aproximação não representa a realidade, mas na maioria dos casos é uma boa aproximação e por isso uma pressuposição razoável [31].

A função PSD é definida através da seguinte expressão

Eq. 2.50

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(n/n_0 \right)^c$$

onde $G_d(n)$ representa a função das irregularidades do piso no domínio do espaço, $G_d(n_0)$ representa o coeficiente de aspereza do solo, n representa a frequência no domínio do espaço e n_0 a frequência de referência no domínio do espaço e é igual a 0,1 *ciclos/m*.

As classes que a norma propõe estão expostas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Classificação da Rugosidade Proposta pela ISO

Classe da Estrada	Grau de Rugosidade $S(n_0)$, $10^{-6} \text{ m}^2/\text{ciclos/m}$	
	Intervalo	Média Geométrica
A (Muito Boa)	< 8	4
B (Boa)	[8 ; 32]	16
C (Mediana)	[32 ; 128]	64
D (Pobre)	[128 ; 512]	256
E (Muito Pobre)	[512 ; 2048]	1024
F	[2048 ; 8192]	4096
G	[8192 ; 32768]	16384
H	> 32768	

A frequência no domínio do espaço está relacionada com a frequência no domínio do tempo através da Eq. 2.52.

Eq. 2.51

$$f = nv$$

2.6.3. Sistema *Motor In-Wheel*

Como referido no Capítulo 1, quando se pretende utilizar o sistema *motor in-wheel* num veículo, a sua grande desvantagem é o peso extra que é adicionado às jantes do veículo. A adição de massa às jantes é uma desvantagem, comparativamente aos veículos tradicionais (com motor central), pois a massa do motor deixa de ser suportada e controlada pelo sistema de suspensão. Assim, existe uma massa adicional nas rodas que cria um efeito de inércia maior do que nos veículos tradicionais, o que o torna mais difícil de controlar. Este efeito pode prejudicar o contacto do pneu com o solo e pode aumentar as vibrações que o condutor e os passageiros irão sofrer.

No modelo dinâmico utilizado no cálculo analítico, o motor elétrico é considerado como uma massa fixa, que faz parte da massa não amortecida do veículo. Esta simplificação reduz o tempo de cálculo e de formulação, e é passível de ser executada uma vez que o sistema *motor in-wheel* é basicamente uma massa equilibrada (rotor) que roda em torno de um estator, em equilíbrio com a jante do veículo, com velocidade de rotação entre 0 e 2200 rpm.

Assim, para a realização da análise do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo é necessário determinar a massa do motor elétrico. O motor elétrico faz parte dos componentes que não são amortecidos pelo sistema de suspensão; apenas é amortecido pelo pneu.

O motor do sistema motor *in-wheel* é um motor elétrico AC de fluxo magnético axial, da marca EMRAX com sistema de arrefecimento líquido [22].

O motor elétrico tem uma massa de 12 kg.

2.6.4. Sistema de Suspensão

As vibrações que as rodas de um veículo sofrem devido às irregularidades da estrada são indesejáveis para o condutor e para os passageiros. A suspensão de um veículo é o sistema que absorve a maior parte dessas vibrações, razão pela qual todo o comportamento dinâmico do veículo é influenciado pelo seu sistema de suspensão. Assim, o sistema de suspensão de cada veículo é muito importante para o conforto dos passageiros.

Para além de reduzir os esforços que as irregularidades do piso provocam no pneu, o sistema de suspensão de cada veículo serve também para ajudar a manter o contacto do pneu com o piso, para manter o carro e o seu peso, assim como o correto alinhamento das rodas.

Torna-se fundamental o estudo e conhecimento das características inerentes a cada sistema suspensão.

O sistema de suspensão utilizado nesta análise dinâmica corresponde à solução montada no eixo traseiro do veículo protótipo em estudo.

É referido por Moreira [20] que a suspensão traseira é do tipo telescópica. O sistema de suspensão traseiro está montado no veículo com uma inclinação de 45° relativamente ao plano inferior do chassis, não por beneficiar seu funcionamento, mas sim devido às limitações geométricas do projeto. A disposição do sistema de suspensão a 45° não permite o seu melhor desempenho, muito pelo contrário, apenas o prejudica [20].

No relatório de Moreira não são referidas as principais características do sistema de suspensão, razão pela qual neste trabalho se analisaram os seus principais componentes: a

mola e o amortecedor. A mola, quando comprimida, armazena e absorve as forças que as irregularidades do solo causam no pneu, enquanto o amortecedor dissipa essa energia sob a forma de calor.

2.6.4.1.Mola

A mola utilizada no sistema de suspensão do eixo traseiro é uma mola de aço helicoidal. Se o veículo estiver parado, a altura deste ao solo é determinada pela carga que a massa do veículo impõe às molas. A energia absorvida por uma mola helicoidal linear depende do deslocamento provocado e da força aplicada.

A constante de elasticidade da mola é obtida através da aplicação da Lei de Hooke, que contempla as deformações e as forças de todos os componentes sujeitos a ações mecânicas, sempre no domínio plástico [23]. A sua curva característica obedece à Eq. 2.52

Eq. 2.52

$$k = \frac{y - y_i}{F - F_i}$$

onde F representa a força total aplicada na mola, F_i representa a força inicial a que a mola está sujeita, y representa a deformação total da mola, y_i a deformação inicial da mola, e k representa a constante elástica da mola.

Se a mola não estiver sujeita a nenhum tipo de esforço ou carga, então não sofrerá qualquer tipo de deformação, pelo que

Eq. 2.53

$$F = kx$$

A constante de elasticidade da mola foi obtida através de ensaios experimentais realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade do Minho. O procedimento e respetivas análises encontram-se documentados no Anexo I.

Dos resultados obtidos da análise à mola do sistema de suspensão traseiro foi possível a obtenção do valor da constante elástica da mola

$$k = 25,2 \text{ k N/m}$$

A curva de trabalho característica da mola em estudo está representada na Fig. 2.2.

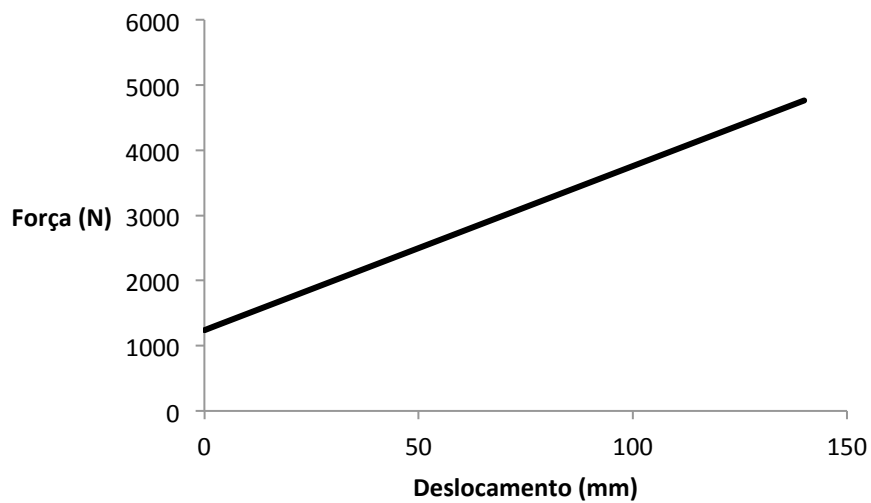


Fig. 2.2 - Curva Característica da Mola do Sistema de Suspensão

A mola é montada no sistema de suspensão com uma pré tensão que a deforma em 60 mm. Em trabalho, a mola tem de suportar a massa do veículo, 2,75 kN. A soma destas duas forças faz com que a curva característica de trabalho da mola montada no sistema de suspensão se inicie com uma pré carga que deforma a mola em 49,2 mm do seu comprimento total, que equivale a uma força de aproximadamente 1,24 kN, como está representado na Fig. 2.2.

2.6.4.2. Amortecedor

O amortecedor desempenha um papel muito importante juntamente com a mola, pois a mola armazena a energia que o amortecedor irá dissipar; Se assim não fosse, a massa que a mola suporta iria continuar a oscilar durante bastante tempo, efeito provocado pela inércia da massa. A massa irá assim continuar a vibrar com um decréscimo da amplitude acentuado até ao momento em que a vibração irá desaparecer e a massa permanecerá estática. Este efeito de decréscimo da amplitude da onda da vibração mais rápido da massa acontece por efeito do amortecedor que dissipa as vibrações sob a forma de energia térmica.

A dissipação da energia no amortecedor é criada pela resistência que o fluido que circula no seu interior oferece à força que é aplicada no pistão do amortecedor. Esta resistência causada pelo amortecedor reduz a velocidade do pistão, e quanto maior a velocidade a que o

pistão se move, maior é o efeito da resistência causado pelo amortecedor. Os amortecedores hidráulicos que se utilizam atualmente seguem um comportamento aproximado ao modelo matemático tipo viscoso [24]

Eq. 2.54

$$F = cv$$

onde F representa a força que é aplicada no amortecedor, v a velocidade a que o pistão do amortecedor se desloca, e c a constante de amortecimento viscoso. O coeficiente de amortecimento viscoso foi obtido através de ensaios experimentais realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais. O procedimento e respetivas análises encontram-se documentados nos Anexos.

O coeficiente de amortecimento viscoso do amortecedor do sistema de suspensão do eixo traseiro à compressão obtido foi

$$c_{comp.} = 645 \text{ N.s/m}$$

O comportamento dos amortecedores não deve ser o mesmo à compressão e à tração. Quando a mola do sistema de suspensão é comprimida, acumula energia enquanto que a mola reage a essa compressão, provoca uma grande instabilidade no veículo, fazendo oscilar o sistema e causa instabilidade. Estas oscilações podem ser perigosas, na medida em que podem levar a uma redução do contacto do pneu com o solo e causar um grande desconforto nos ocupantes do veículo. Assim, se o amortecedor permitir facilmente a compressão da mola e oferecer muita resistência aquando a sua extensão, a eficiência do sistema de suspensão será melhor, e por consequência, o comportamento e o conforto do veículo também melhora.

A relação entre as cargas de compressão e de extensão normal para um veículo ligeiro deve ser de 30/70 [25]. O coeficiente de amortecimento em extensão do amortecedor analisado tem o valor de

$$c_{ext.} = 1503 \text{ N.s/m}$$

Assim, a curva característica de trabalho do amortecedor utilizado para este estudo encontra-se representada na Fig. 2.3.

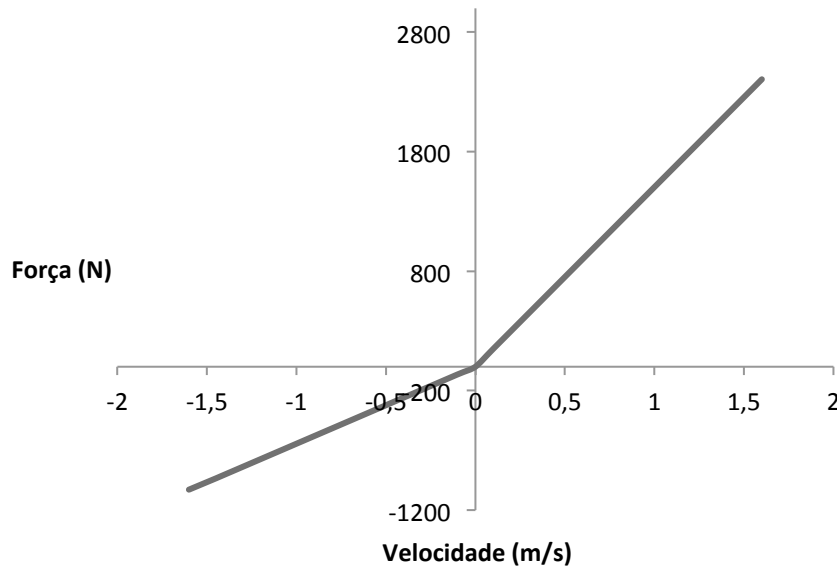


Fig. 2.3 - Curva característica do Amortecedor do Sistema de Suspensão

2.6.5. Pneu

Os pneus são o elemento de ligação do veículo ao piso por onde circula. A performance de um veículo é muito influenciada pelas características dos pneus. Os pneus afetam a tração, a estabilidade, o conforto e a eficiência do automóvel.

Para este trabalho apenas interessa simular e estudar as forças verticais geradas sobre os pneus. Quando é aplicada uma carga ao pneu, ele tende a deflectir. A maneira como deflecte depende das propriedades mecânicas do pneu, bem como das condições ambientais, e pode ser influenciada por vários parâmetros, sendo a pressão do pneu a mais relevante. Porque os pneus são feitos de borracha, um material visco-elástico, dissipam alguma da energia das cargas que lhes são aplicadas. O efeito de amortecimento dos pneus comerciais de veículos de passageiros costuma ser muito inferior ao das suspensões; no entanto, é possível que os pneus sejam produzidos de maneira a que este valor não seja desprezável. Mas para que isso aconteça, a sua vida útil será muito menor e serão muito mais dispendiosos. Um pneu deve ser eficiente, seguro e manobrável e estável.

O pneu que foi utilizado na análise do modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo é o que se encontra no eixo traseiro do veículo protótipo em estudo, e é um modelo Mabor 155/70 R13 T. Estas indicações

especificam que: a largura máxima do pneu de lado a lado sem estar carregado é igual a 155 mm; a razão entre a altura e a largura do pneu é de 70%; R indica que o pneu tem uma construção radial; o tamanho da jante para que aquele pneu está concebido é de 13 in; T indica o índice de velocidade e significa que a velocidade máxima a que o pneu deve ser submetido é de 190 km/h.

Para a análise dinâmica do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro, o pneu será modelado como um sistema mola amortecedor. Os parâmetros necessários para este estudo, relativamente ao pneu, são a sua constante de elasticidade e o seu coeficiente de amortecimento. Como não foi possível ensaiar o pneu no Laboratório de Ensaio de Materiais, adotou-se uma vez mais o valor que foi utilizado no trabalho de Schalkwyk, D. [15], e o motivo que levou a que fosse o escolhido é o facto de este trabalho estar associado a uma empresa que fabrica motores elétricos in-wheel, a Protean Electric. Assim, para a análise dinâmica serão consideradas as seguintes características para a simulação do comportamento do pneu

$$k_p = 110 \text{ kN/m} \text{ e } c_p = 200 \text{ N.s/m}$$

Considera-se ainda que estas características são equivalentes quando o pneu está submetido tanto à tração como à compressão.

2.3. Norma ISO 2631-1

O corpo humano não sente da mesma maneira diferentes frequências de vibração. É um sistema muito complexo, uma vez cada parte do corpo humano é mais ou menos sensível a certos intervalos de frequência. De reter também que cada pessoa responde de maneira diferente às vibrações.

A sensibilidade do corpo humano às vibrações mecânicas é dependente tanto da frequência como da direção da excitação. Estes fatores devem ser tidos em conta quando se pretende estudar os efeitos das vibrações no corpo humano.

Quando se medem as vibrações numa direção, os seus níveis são medidos em todas as frequências que são perceptíveis pelo corpo humano. Essa gama de vibrações deve ter uma

ponderação maior do que aquelas que não são perceptíveis pelo corpo humano. As ponderações são uma boa correlação entre as vibrações medidas e o impacto que elas têm no corpo humano.

A norma indica os principais fatores que se combinam para determinar o grau para o qual a exposição à vibração será aceitável – fatores de ponderação.

A avaliação da vibração deve ser realizada com medições do valor eficaz ponderado da aceleração (rms).

As curvas de ponderação em frequência recomendadas para a direção em estudo estão listadas na Fig. 2.4.

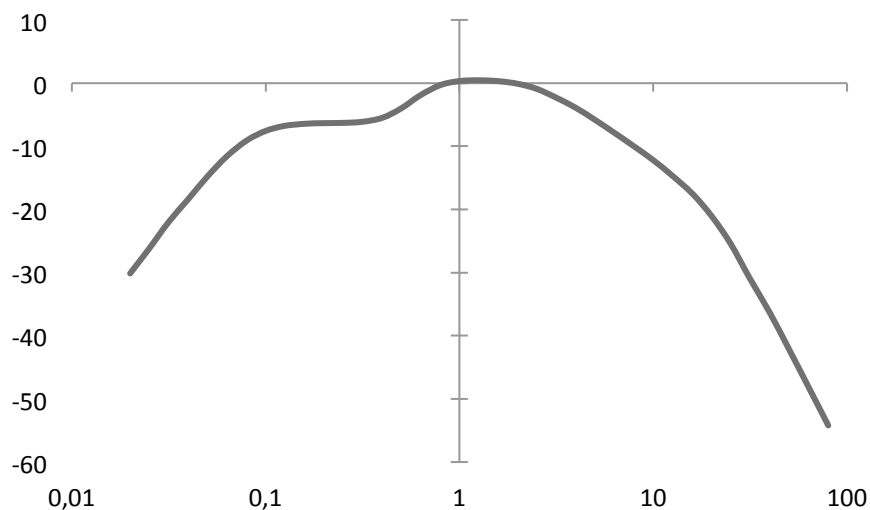


Fig. 2.4 - Curvas de Ponderação em Frequência para a Direção Vertical de um Corpo Humano

Os valores aceitáveis de amplitudes de vibração relativos ao conforto dependem de muitos fatores. No entanto apresenta valores com a pretensão de dar indicações de reações prováveis a variadas amplitudes de aceleração.

Inferior a $0,315 \text{ m/s}^2$: não é desconfortável

Entre $0,315 \text{ m/s}^2$ a $0,63 \text{ m/s}^2$: é um pouco desconfortável

Entre $0,5 \text{ m/s}^2$ a 1 m/s^2 : razoavelmente desconfortável

Entre $0,8 \text{ m/s}^2$ a $1,6 \text{ m/s}^2$: desconfortável

Entre $1,25 \text{ m/s}^2$ a $2,5 \text{ m/s}^2$: muito desconfortável

Superior a 2 m/s^2 : extremamente desconfortável

Capítulo 3 - Análise Dinâmica

3.1. Modelo de $\frac{1}{4}$ de Veículo

Com o objetivo de evitar a transmissão de vibrações do veículo para os ocupantes, pretende-se determinar a solução mais eficiente do sistema de suspensão, mas para o veículo com sistema *motor in-wheel* incorporado. Neste capítulo realiza-se uma abordagem técnica ao problema, aplicando a análise modal a um modelo de $\frac{1}{4}$ de veículo. Pretende-se prever o comportamento dinâmico do sistema determinando os parâmetros ótimos para o funcionamento do modelo. Admite-se assim que este tem dois graus de liberdade e apresenta um comportamento elástico linear com variação no tempo conhecida.

De seguida realiza-se uma análise a um determinado perfil de estrada determinado pela Norma ISO 8608. Aos resultados obtidos são acrescentados os fatores de ponderação da Norma ISO 2631-1 e é analisado o nível conforto do veículo.

Realiza-se ainda um estudo idêntico mas no domínio do tempo utilizando um programa de análise dinâmico de estruturas LMS Virtual Lab.

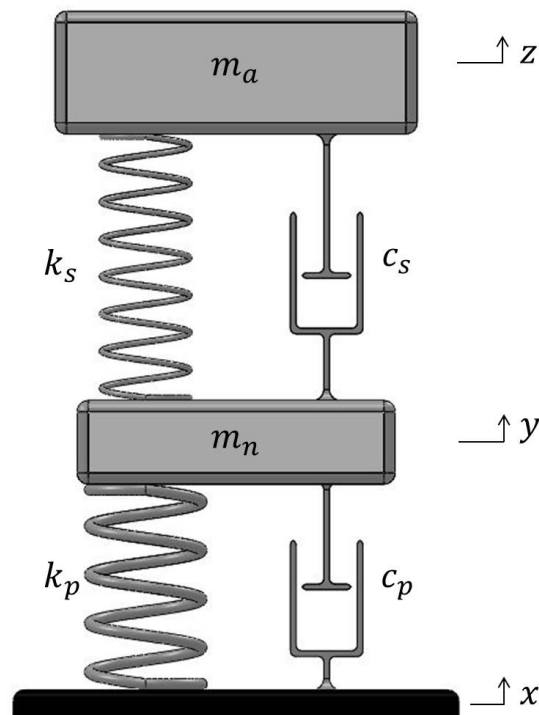


Fig. 3.1 - Modelo de 1/4 de carro

Este modelo é assim composto por duas massas: a massa amortecida pelo sistema de suspensão e a massa amortecida apenas pelo pneu, m_a e m_n . A massa amortecida representa $\frac{1}{4}$ do valor total da massa do veículo que o sistema de suspensão suporta, enquanto a massa amortecida pelo pneu representa a massa de todos os componentes que compõe a roda do veículo. O sistema de suspensão do veículo é representado por uma mola de constante elástica k_s e pelo coeficiente de amortecimento c_s . O contacto permanente da massa não amortecida com o piso está representado por uma mola de constante elástica k_p e c_p , que representam a rigidez do pneu e o seu efeito viscoelástico do amortecimento, respetivamente.

z representa o deslocamento vertical a que a massa amortecida é submetida;

y representa o deslocamento da massa amortecida pelo pneu e x representa as irregularidades do piso por onde o veículo circula.

3.1.1. Modelação Analítica

O primeiro passo para a modelação analítica é a obtenção das equações diferenciais que expressam as forças que os corpos/massas sofrem, utilizando a Segunda Lei de Newton. Porque existem dois corpos no modelo, serão necessárias duas equações, uma para cada corpo.

As equações diferenciais que definem o modelo de 1/4 de carro da Fig. 3.1 são:

- Para a massa amortecida

$$m_a \ddot{z} = c_s (\dot{y} - \dot{z}) + k_s (y - z)$$

Eq. 3.1

- Para a massa não amortecida

$$m_n \ddot{y} = c_s (\dot{z} - \dot{y}) + k_s (z - y) + k_p (x - y) + c_p (x - y)$$

Eq. 3.2

Sendo que \ddot{z} , \ddot{y} , \dot{z} e \dot{y} representam a aceleração da massa amortecida, a aceleração da massa não amortecida, a velocidade da massa amortecida e a velocidade da massa não amortecida, respectivamente.

3.1.2. Análise Modal e Frequências Naturais

Como referido anteriormente, as frequências naturais e as respetivas formas modais associadas a estas frequências são inerentes a cada estrutura que é projetada, e são características dependentes da inércia e da rigidez.

Então, a equação a resolver, a partir da equação da forma matricial do modelo de 1/4 de carro (Eq. 2.43) fica

$$\begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s \\ -k_s & k_s + k_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = 0$$

Eq. 3.3

Os parâmetros que definem o modelo em estudo estão definidos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Parâmetros do Modelo de 1/4 de Carro

Parâmetros	Valores
Massa Amortecida (m_a)	275 (kg)
Massa Não Amortecida (m_n)	40 (kg)
Constante de Elasticidade do Sistema de Suspensão (k_s)	25174 (N/m)
Coefficiente de Amortecimento do Sistema de Suspensão (c_s)	1503,86 (N.s/m)
Constante de Elasticidade do Pneu (k_p)	110000 (N/m)
Coefficiente de Amortecimento do Pneu (c_p)	200 (N.s/m)

A Eq. 3.3 fica

$$\begin{bmatrix} 275 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 25174 & -25174 \\ -25174 & 135174 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = 0$$

Eq. 3.4

Resolvendo-se a equação característica do sistema, Eq. 2.47, são encontradas as suas frequências naturais

$$\det \left[\begin{bmatrix} 25174 & -25174 \\ -25174 & 135174 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} 275 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \det \begin{bmatrix} 25174 - 275.\omega^2 & -25174 \\ -25174 & 135174 - 40.\omega^2 \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

Eq. 3.5

$$11000.\omega^4 - 38179810.\omega^2 + 2769140000 = 0$$

Eq. 3.6

A solução do sistema fica

$$\omega_1 = 8,43 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 59,5 \text{ rad/s}$$

Para se calcular a frequência a partir da frequência angular, basta aplicar a Eq. 2.5.

Então

$$f_1 = 1,34 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 9,47 \text{ Hz}$$

Na análise de frequências têm que ser consideradas ambas as frequências naturais do sistema, pois ambas estão nos intervalos de vibrações que são sentidas pelos ocupantes do veículo.

Para determinar os modos de vibração do sistema, utilizando a equação 2.48 obtém-se

Eq. 3.7

$$\begin{aligned} \left[[k] - \omega^2 [m] \right] v_1 = 0 &\Leftrightarrow \left[\begin{bmatrix} 25174 & -25174 \\ -25174 & 135174 \end{bmatrix} - 59,51441^2 \begin{bmatrix} 275 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \\ \begin{bmatrix} -94886.v_{11} & -25174.v_{12} \\ -25174.v_{11} & 134174.v_{12} \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

Eq. 3.8

$$\begin{aligned} \left[[k] - \omega^2 [m] \right] v_2 = 0 &\Leftrightarrow \left[\begin{bmatrix} 25174 & -25174 \\ -25174 & 135174 \end{bmatrix} - 8,43051^2 \begin{bmatrix} 275 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow \\ \begin{bmatrix} 5628,778.v_{21} & -25174.v_{22} \\ -25174.v_{21} & 132331,06.v_{22} \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

considerando que a primeira unidade de expressão é igual à unidade, obtêm-se os seguintes modos de vibração

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3,87 \end{bmatrix}$$

$$u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,19 \end{bmatrix}$$

As vibrações livres do modelo de ¼ de carro apresentam-se segundo a Eq. 3.9

Eq. 3.9

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3,87 \end{bmatrix} (A_1 \sin(8,43t) + B_1 \cos(8,43t)) + \\ + \begin{bmatrix} 1 \\ 0,19 \end{bmatrix} (A_2 \sin(59,5t) + B_1 \cos(59,5t))$$

3.2. Função de Resposta - Domínio da Frequência (FRF)

Para se encontrar a função de resposta, no domínio da frequência, é necessário definir-se a função que simula as irregularidades do piso. Para este trabalho foi considerada a seguinte função harmónica

Eq. 3.10

$$x = X \cdot \cos(\omega t)$$

Uma vez que

Eq. 3.11

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi \cdot v_i}{c_{onda}}$$

onde f representa a frequência de excitação, T representa o período da onda de excitação, v_i representa a velocidade constante a que o veículo se desloca e c_{onda} representa o comprimento da onda de excitação.

Para desenvolvimento do trabalho foram consideradas as seguintes condições: o sistema irá superar uma loba de 4 metros de comprimento, numa altura de 150 mm e com uma velocidade constante de 100 km/h.

velocidade constante

$$v_i = 100 \text{ km/hora} \cong 27,8 \text{ m/s}$$

um comprimento de onda

$$c_{onda} = 4,00 \text{ m}$$

uma amplitude X

$$X = 0,15 \text{ m}$$

A função de excitação do sistema fica

Eq. 3.12

$$x = 0,15 \cos\left(\frac{2\pi v_i t}{4}\right) = 0,15 \cos(43,6t)$$

onde t representa o tempo e é expresso em segundos.

Porque a excitação é uma função harmónica, a função de resposta das massas que compõe o sistema em estudo também o será. As equações que definem o deslocamento vertical das massas são:

- Para a massa amortecida

Eq. 3.13

$$z = A_1 \sin(\omega t) + B_1 \cos(\omega t) = Z \sin(\omega_a t)$$

- Para a massa amortecida pelo pneu

Eq. 3.14

$$z = A_2 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t) = Z \sin(\omega_n t)$$

Para calcular o deslocamento relativo entre ambas massas, a equação representativa vem

Eq. 3.15

$$dr = (A_1 - A_2) \sin(\omega t) + (B_1 - B_2) \cos(\omega t) = DR \sin(\omega t)$$

Realizando as respectivas substituições nas equações do sistema

Eq. 3.16

$$\begin{aligned} & -m_a.\omega^2.A_1 \sin(\omega t) - \omega^2.m_a.B_1.\cos(\omega t) + c_s.\omega.A_1.\cos(\omega t) - \\ & -c_s.\omega.B_1.\cos(\omega t) - c_s.\omega.A_2.\cos(\omega t) + c_s.\omega.B_2.\sin(\omega t) + k_s.A_1.\sin(\omega t) + \\ & +k_s.B_1.\sin(\omega t) - k_s.A_2.\sin(\omega t) - k_s.B_2.\cos(\omega t) = 0 \end{aligned}$$

e

Eq. 3.17

$$\begin{aligned} & -m_n.\omega^2.A_2 \sin(\omega t) - \omega^2.m_n.B_2.\cos(\omega t) + c_s.\omega.A_2.\cos(\omega t) - \\ & -c_s.\omega.B_2.\sin(\omega t) - c_s.\omega.A_1.\cos(\omega t) + c_s.\omega.B_1.\sin(\omega t) + \\ & +(k_p + k_s).A_2.\sin(\omega t) + (k_s + k_p).B_2.\cos(\omega t) - k_s.A_1.\sin(\omega t) - \\ & -k_s.B_1.\cos(\omega t) = k_p.X.\sin(\omega t) + \omega.c_p.X.\cos(\omega t) \end{aligned}$$

Considerando as funções de resposta como funções complexas, onde as funções de $\sin(x)$ representam a parte real e as funções de $\cos(x)$ a parte imaginária, a função de resposta pode ser desenvolvida de maneira a simplificar a sua formulação, e que para o caso em estudo pode ser expressa pela Eq. 3.18.

Eq. 3.18

$$[MC] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_p X \\ 0 \end{bmatrix}$$

De modo a simplificar a equação, bem como a sua resolução, substituem-se alguns parâmetros pelas funções características do modelo de 1/4 de carro, definidos pelas equações Eq. 2.17, Eq. 2.18, Eq. 2.19, Eq. 2.20, Eq. 2.21, Eq. 2.22 e Eq. 2.23.

Deste modo, $[MC]$ que representa a matriz característica do sistema, virá expressa da seguinte forma

Eq. 3.19

$$[MC] = \begin{bmatrix} \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 & -2\xi_a\omega_a^2r & 2\xi_a\omega_a^2r \\ 2\xi_a\omega_a^2r & -2\xi_a\omega_a^2r & \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 \\ -\omega_a^2\rho & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 & 2\xi_a\omega_a^2r\rho & -2\xi_a\omega_a^2r\rho-2\xi_n\omega_n\omega_a r \\ -2\xi_a\omega_a^2r\rho & 2\xi_a\omega_a^2r\rho+2\xi_n\omega_n\omega_a r & -\omega_a^2 & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 \end{bmatrix}$$

As constantes desconhecidas A_1, A_2, B_1 e B_2 das funções de resposta podem ser agora definidas resolvendo a Eq. 3.28, que expressa as amplitudes que definem o sistema em estudo.

Eq. 3.20

$$[MC] \times \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_n^2 X \\ 2\xi_n\omega_n\omega_a r X \end{bmatrix}$$

Este tipo de equação pode facilmente ser resolvido através do Teorema de Cramer. Assim, de maneira a resolver a equação segue-se a seguinte estrutura de cálculo

Eq. 3.21

$$A_1 = \frac{D_1}{D}$$

onde

Eq. 3.22

$$D_1 = \det \begin{bmatrix} 0 & -\omega_a^2 & -2\xi_a\omega_a^2r & 2\xi_a\omega_a^2r \\ 0 & -2\xi_a\omega_a^2r & \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 \\ \omega_n^2 X & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 & 2\xi_a\omega_a^2r\rho & -2\xi_a\omega_a^2r\rho-2\xi_n\omega_n\omega_a r \\ 2\xi_n\omega_n\omega_a r X & 2\xi_a\omega_a^2r\rho+2\xi_n\omega_n\omega_a r & -\omega_a^2 & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 \end{bmatrix}$$

Eq. 3.23

$$D_1 = X\omega_a^4\omega_n \cdot \begin{bmatrix} r^2\omega_n^3 - \omega_n^3 + r^2\omega_a^2\omega_n - r^4\omega_a^2\omega_n - 4\xi_a^2r^2\omega_n^3 + 4\xi_a^2r^4\omega_a^2\omega_n - \\ -4\xi_n^2r^2\omega_a^2\omega_n + 4\xi_n^2r^4\omega_a^2\omega_n + 4\xi_a\xi_nr^6\omega_a^3 + r^2\rho\omega_a^2\omega_n \\ -16\xi_a^2\xi_n^2r^4\omega_a^2\omega_n + 4\xi_a^2r^4\rho\omega_a^2\omega_n \end{bmatrix}$$

e

Eq. 3.24

$$D = \det \begin{bmatrix} \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 & -2\xi_a\omega_a^2r & 2\xi_a\omega_a^2r \\ 2\xi_a\omega_a^2r & -2\xi_a\omega_a^2r & \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 \\ -\omega_a^2\rho & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 & 2\xi_a\omega_a^2r\rho & -2\xi_a\omega_a^2r\rho-2\xi_n\omega_n\omega_ar \\ -2\xi_a\omega_a^2r\rho & 2\xi_a\omega_a^2r\rho+2\xi_n\omega_n\omega_ar & -\omega_a^2 & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_n^2 \end{bmatrix}$$

Eq. 3.25

$$\begin{aligned} D = & -16\xi_a^2\xi_n^2r^4\omega_a^6\omega_n^2 - 4\xi_a^2r^6\rho^2\omega_a^8 - 8\xi_a^2r^6\rho\omega_a^8 - 4\xi_a^2r^6\omega_a^8 + \\ & + 8\xi_a^2r^4\rho\omega_a^6\omega_n^2 + 8\xi_a^2r^4\omega_a^6\omega_n^2 - 4\xi_a^2r^2\omega_a^4\omega_n^4 - 8\xi_a\xi_nr^6\rho\omega_a^7\omega_n - \\ & - 4\xi_n^2r^6\omega_a^6\omega_n^2 + 8\xi_n^2r^4\omega_a^6\omega_n^2 - 4\xi_n^2r^2\omega_a^6\omega_n^2 - r^8\omega_a^8 + 2r^6\rho\omega_a^8 + \\ & + 2r^6\omega_a^8 + 2r^6\omega_a^6\omega_n^2 - r^4\rho^2\omega_a^8 - 2r^4\rho\omega_a^8 - 2r^4\rho\omega_a^6\omega_n^2 - r^4\omega_a^8 - \\ & - 4r^4\omega_a^6\omega_n^2 - r^4\omega_a^4\omega_n^4 + 2r^2\rho\omega_a^6\omega_n^2 + 2r^2\omega_a^6\omega_n^2 + 2r^2\omega_a^4\omega_n^4 - \\ & - \omega_a^4\omega_n^4 \end{aligned}$$

Do mesmo modo, para determinar as amplitudes A_2 , B_1 e B_2 segue-se a mesma estrutura de cálculo, definindo-se assim as funções que expressam as amplitudes do sistema:

- Função de A_2

Eq. 3.26

$$A_2 = \frac{D_2}{D}$$

onde

Eq. 3.27

$$D_2 = \det \begin{bmatrix} \omega_a^2(1-r^2) & 0 & -2\xi_a\omega_a^2r & 2\xi_a\omega_a^2r \\ 2\xi_a\omega_a^2r & 0 & \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 \\ -\omega_a^2\rho & \omega_n^2X & 2\xi_a\omega_a^2r\rho & -2\xi_a\omega_a^2r\rho-2\xi_n\omega_n\omega_ar \\ -2\xi_a\omega_a^2r\rho & 2\xi_n\omega_n\omega_arX & -\omega_a^2 & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_p^2 \end{bmatrix}$$

Eq. 3.28

$$D_2 = -X\omega_a^4\omega_n \begin{bmatrix} r^4\omega_n^3 - 2r^2\omega_n^3 + \omega_n^3 - r^2\omega_a^2\omega_n + 2r^4\omega_a^2\omega_n - r^6\omega_a^2\omega_n + \\ + 4\xi_a^2r^2\omega_n^3 - 4\xi_a^2r^4\omega_a^2\omega_n + 4\xi_n^2r^2\omega_a^2\omega_n - \\ - 8\xi_n^2r^4\omega_a^2\omega_n + 4\xi_n^2r^6\omega_a^2\omega_n - r^2\rho\omega_a^2\omega_n + r^4\rho\omega_a^2\omega_n + \\ + 16\xi_a^2\xi_n^2r^4\omega_a^2\omega_n + 4\xi_a\xi_nr^6\rho\omega_a^3 - 4\xi_a^2r^4\rho\omega_a^2\omega_n \end{bmatrix}$$

- Função de B_1

Eq. 3.29

$$B_1 = \frac{D_3}{D}$$

onde

Eq. 3.30

$$D_3 = \det \begin{bmatrix} \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 & 0 & 2\xi_a\omega_a^2r \\ 2\xi_a\omega_a^2r & -2\xi_a\omega_a^2r & 0 & -\omega_a^2 \\ -\omega_a^2\rho & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_p^2 & \omega_n^2X & -2\xi_a\omega_a^2r\rho-2\xi_n\omega_n\omega_ar \\ -2\xi_a\omega_a^2r\rho & 2\xi_a\omega_a^2r\rho+2\xi_n\omega_n\omega_ar & 2\xi_n\omega_n\omega_arX & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_p^2 \end{bmatrix}$$

Eq. 3.31

$$D_3 = 2.X.r^3.\omega_a^4.\omega_n \left[\xi_n.\omega_a^3 + \xi_a.\omega_n^3 + \xi_n.\rho.\omega_a^3 - \xi_n.r^2.\omega_a^3 + 4.\xi_a^2.\xi_n.r^2.\omega_a^3 - \right. \\ \left. - \xi_a.r^2.\omega_a^2.\omega_n + 4.\xi_a^2.\xi_n.r^2.\rho.\omega_a^3 + 4.\xi_a.\xi_n^2.r^2.\omega_a^2.\omega_n \right]$$

- Função de B_2

Eq. 3.32

$$B_2 = \frac{D_4}{D}$$

onde

Eq. 3.33

$$D_4 = \det \begin{bmatrix} \omega_a^2(1-r^2) & -\omega_a^2 & -2\xi_a\omega_a^2r & 0 \\ 2\xi_a\omega_a^2r & -2\xi_a\omega_a^2r & \omega_a^2(1-r^2) & 0 \\ -\omega_a^2\rho & \omega_a^2(\rho-r^2)+\omega_p^2 & 2\xi_a\omega_a^2r\rho & \omega_n^2X \\ -2\xi_a\omega_a^2r\rho & 2\xi_a\omega_a^2r\rho+2\xi_n\omega_n\omega_ar & -\omega_a^2 & 2\xi_n\omega_n\omega_arX \end{bmatrix}$$

Eq. 3.34

$$D_4 = 2.X.r^3.\omega_a^6.\omega_n \left[\xi_n.\omega_a - 2.\xi_n.r^2.\omega_a + \xi_n.r^4.\omega_a + \xi_n.\rho.\omega_a - \xi_n.r^2.\rho.\omega_a + \right. \\ \left. + \xi_a.r^2.\rho.\omega_n + 4.\xi_a^2.\xi_n.r^2.\omega_a + 4.\xi_a^2.\xi_n.r^2.\rho.\omega_a \right]$$

Deste modo, a função da resposta da massa amortecida em função da frequência de excitação é determinada por Eq. 3.35.

Eq. 3.35

$$Z^2 = A_1^2 + B_1^2 = \frac{E_1}{E}$$

onde

Eq. 3.36

$$E_1 = X^2 \cdot \omega_n^2 \times (4 \cdot \xi_n^2 \cdot r^2 \cdot \omega_a^2 + \omega_n^2) \times (4 \cdot \xi_a^2 \cdot r^2 + 1)$$

e

Eq. 3.37

$$\begin{aligned} E = & 16 \cdot \xi_a^2 \cdot \xi_n^2 \cdot r^4 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + 4 \cdot \xi_a^2 \cdot r^6 \cdot \rho^2 \cdot \omega_a^4 + 8 \cdot \xi_a^2 \cdot r^6 \cdot \rho \cdot \omega_a^4 + 4 \cdot \xi_a^2 \cdot r^6 \cdot \omega_a^4 - \\ & - 8 \cdot \xi_a^2 \cdot r^4 \cdot \omega_a^2 \cdot \rho \cdot \omega_n^2 - 8 \cdot \xi_a^2 \cdot r^4 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + 4 \cdot \xi_a^2 \cdot r^2 \cdot \omega_n^4 + 8 \cdot \xi_a \cdot \xi_n \cdot r^6 \cdot \rho \cdot \omega_a^3 \cdot \omega_n + \\ & + 4 \cdot \xi_n^2 \cdot r^6 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 - 8 \cdot \xi_n^2 \cdot r^4 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + 4 \cdot \xi_n^2 \cdot r^2 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + r^8 \cdot \omega_a^4 - 2 \cdot r^6 \cdot \rho \cdot \omega_a^4 - \\ & - 2 \cdot r^6 \cdot \omega_a^4 - 2 \cdot r^6 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + r^4 \cdot \rho^2 \cdot \omega_a^4 + 2 \cdot r^4 \cdot \rho \cdot \omega_a^4 + 2 \cdot r^4 \cdot \rho \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + r^4 \cdot \omega_a^2 + \\ & + 4 \cdot r^4 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 + r^4 \cdot \omega_n^2 - 2 \cdot r^2 \cdot \rho \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 - 2 \cdot r^2 \cdot \omega_a^2 \cdot \omega_n^2 - 2 \cdot r^2 \cdot \omega_n^4 + \omega_n^4 \end{aligned}$$

Da mesma forma, a amplitude da massa não amortecida em função da frequência de excitação é determinada por Eq. 3.38.

Eq. 3.38

$$Y^2 = A_2^2 + B_2^2 = \frac{E_2}{E}$$

onde

Eq. 3.39

$$E_2 = X^2 \cdot \omega_n^2 \times (4 \cdot \xi_n^2 \cdot r^2 \cdot \omega_a^2 + \omega_n^2) \times (4 \cdot \xi_a^2 \cdot r^2 + r^4 - 2 \cdot r^2 + 1)$$

A amplitude do deslocamento relativo é a diferença entre a amplitude de ambas as massas do sistema.

Esta função pode ser determinante na análise das vibrações, pois muitas vezes o espaço para o funcionamento do amortecedor é reduzido, limitando assim o curso do amortecedor. A diferença entre as amplitudes máximas do deslocamento relativo representa o curso do

amortecedor. Acontece que no modelo em estudo, o amortecedor foi colocado numa posição que reduz a sua eficiência devido a limitações geométricas.

A expressão que traduz o deslocamento relativo em função da frequência de excitação inicial é expressa por Eq. 3.48.

Eq. 3.40

$$DR^2 = (A_1 - A_2)^2 + (B_1 - B_2)^2 = \frac{E3}{E}$$

onde

Eq. 3.41

$$E_3 = X^2 \cdot r^4 \cdot \omega_n^2 \times (4 \cdot \xi_n^2 \cdot r^2 \cdot \omega_a^2 + \omega_n^2)$$

Uma vez definidas as funções das amplitudes do sistema em estudo, o próximo passo na análise do modelo de 1/4 de carro é a aplicação dos parâmetros definidos anteriormente. As constantes que determinam o modelo de 1/4 de carro estão apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros do Modelo de ¼ de Carro

Parâmetros	Valores
Massa Amortecida (m_a)	275 (kg)
Massa Não Amortecida (m_n)	40 (kg)
Constante de Elasticidade do Sistema de Suspensão (k_s)	25174 (N/m)
Coeficiente de Amortecimento do Sistema de Suspensão (c_s)	1503,86 (N.s/m)
Constante de Elasticidade do Pneu (k_p)	110000 (N/m)
Coeficiente de Amortecimento do Pneu (c_p)	200 (N.s/m)
Frequência da Massa Amortecida (ω_a)	9.57 (rad/s)
Frequência da Massa não Amortecida (ω_n)	52.44 (rad/s)
Razão de Amortecimento da Massa Amortecida (ξ_a)	0.286
Razão de Amortecimento da Massa não Amortecida (ξ_n)	0.048
Razão de Massas (ρ)	6.875

A razão de frequências (r) é a constante independente durante a análise da função de resposta do sistema no domínio das frequências, uma vez que é dependente da frequência de

excitação. Esta última será a variável independente da função que define as amplitudes do sistema.

As funções de resposta em função da frequência de excitação do sistema ficam assim definidas pela seguinte estrutura de cálculo:

$$\frac{Z}{X} \quad \text{Eq. 3.42}$$

$$\frac{Y}{X} \quad \text{Eq. 3.43}$$

e

$$\frac{DR}{X} \quad \text{Eq. 3.44}$$

Nestas condições, é possível analisar as várias respostas no domínio da frequência. É possível também analisar qual o impacto que cada parâmetro inerente ao sistema irá produzir em cada resposta.

Seguidamente dá-se início à análise do modelo de 1/4 de carro com a incorporação do sistema *motor in-wheel* nos parâmetros influentes na resposta do sistema no domínio da frequência, expressos na Tabela 3.2.

O gráfico que expõe a resposta da massa amortecida do sistema em função da frequência de excitação aplicada é a Fig. 3.2

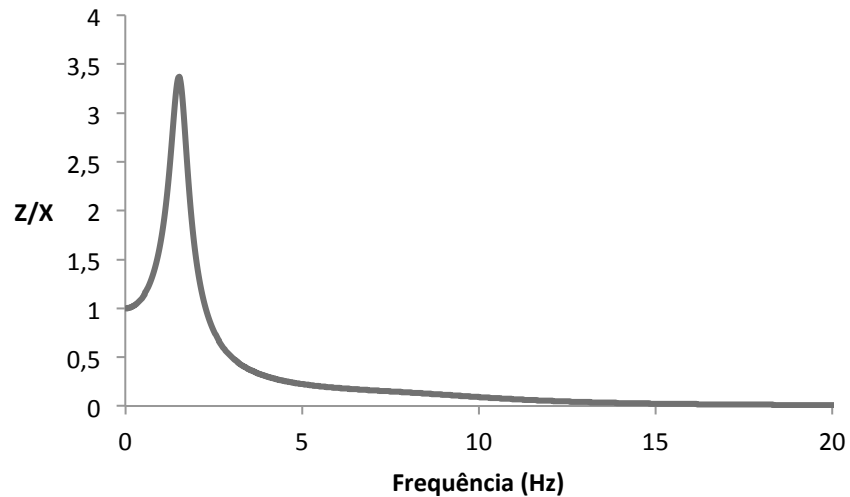


Fig. 3.2 – Função de Resposta da Massa Amortecida no domínio da Frequência

No gráfico da função de resposta da massa amortecida é possível observar que a primeira frequência do sistema se encontra próxima de 1,26 Hz, onde ocorre a ressonância da massa suspensa.

O gráfico da função de resposta da massa não amortecida do sistema em função da frequência de excitação aplicada é a Fig. 3.3.

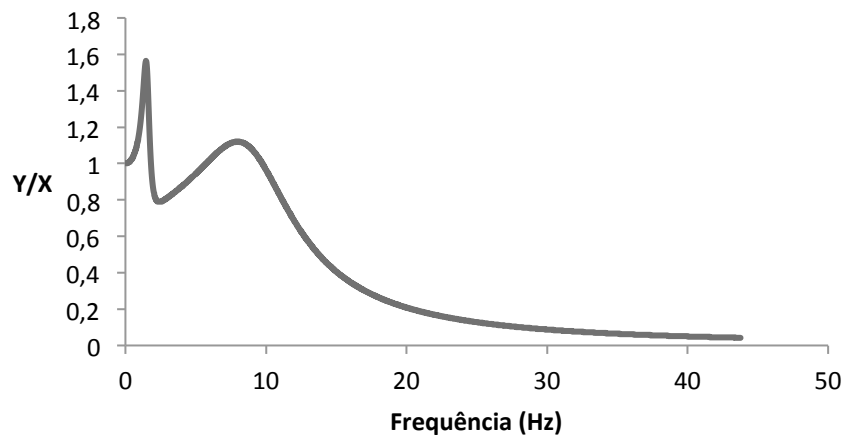


Fig. 3.3 – Resposta da Massa Não Amortecida no domínio da Frequência

Na Fig. 3.3 verifica-se um primeiro pico na amplitude, que é o resultado do efeito da resposta da massa suspensa sobre o sistema; o segundo pico acontece por volta dos 7,3 Hz e corresponde ao segundo modo de vibração do sistema.

A função de resposta do deslocamento relativo do modelo em estudo, depois de definida, é expressa pela Fig. 3.4, que evidencia o seu comportamento em função da frequência de excitação.

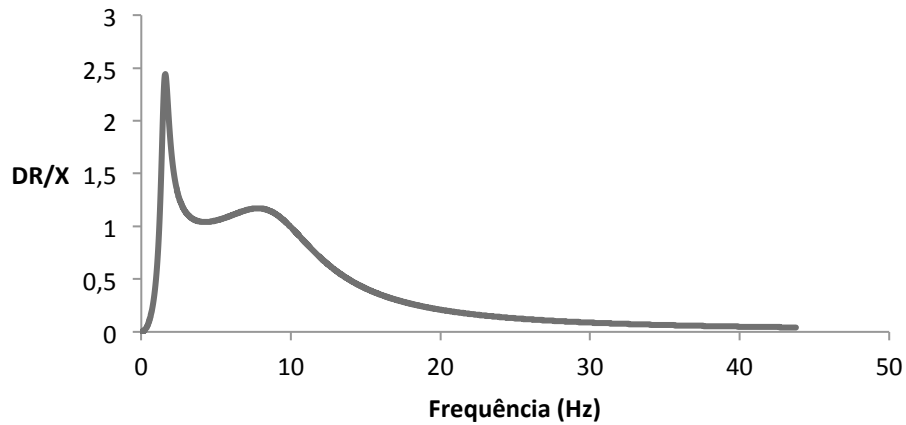


Fig. 3.4 - Resposta do Deslocamento Relativo no domínio da Frequência

Tal como é referido na Norma 2631-1 [19], a medida que deve ser utilizada para análise de vibrações é a aceleração. Assim, torna-se importante definir a função de resposta da aceleração da massa amortecida em função da frequência de excitação aplicada.

Para a função de resposta da aceleração da massa amortecida ficar definida basta seguir a estrutura de cálculo seguinte:

$$z(t) = Z \sin(\omega t)$$

Eq. 3.45

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 Z \sin(\omega t)$$

Eq. 3.46

Então

$$\frac{\ddot{Z}}{X} \Leftrightarrow \frac{|-\omega^2|Z}{X}$$

Eq. 3.47

O gráfico ilustrado que expressa a função de resposta da aceleração da massa amortecida em função da frequência de excitação está expresso na Fig. 3.5.

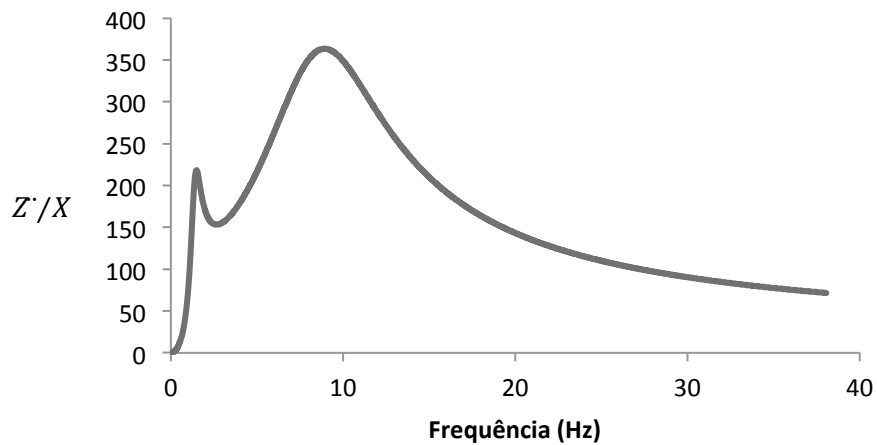


Fig. 3.5 - Resposta da Massa Amortecida no domínio da Frequência

3.2.1. Influência da Massa Amortecida pelo Pneu

Ao longo dos tempos, os engenheiros do ramo automóvel diminuíram o peso da massa não amortecida, uma vez que esta degrada o nível de conforto do automóvel.

Com a introdução do sistema motor *in-wheel* na jante da roda de um veículo protótipo vai criar-se um aumento de peso na massa não amortecida.

A resposta da massa não amortecida em função da frequência para diferentes valores desta, está expressa na Fig. 3.6.

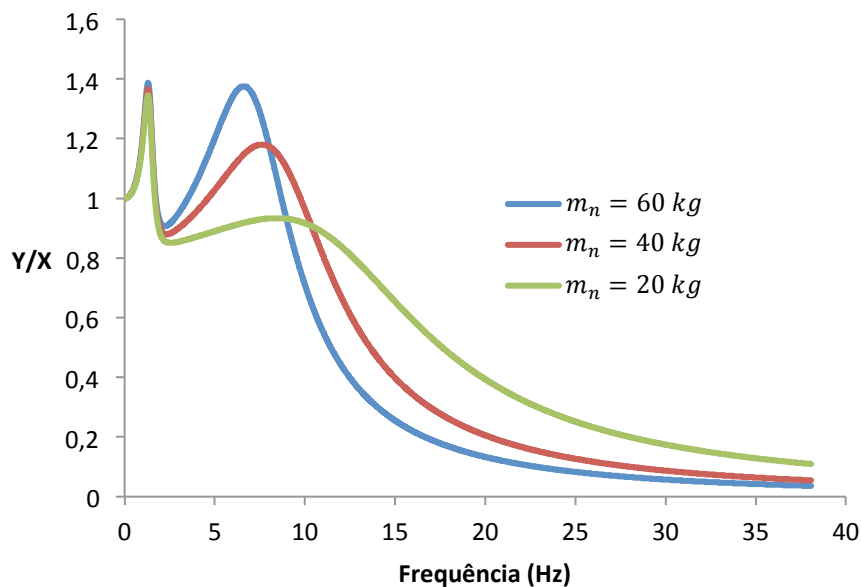


Fig. 3.6 - Resposta da Massa Amortecida pelo Pneu no domínio da Frequência

É possível observar que as modificações levadas a cabo na massa amortecida pelo pneu provocam alterações significativas na sua resposta para frequências próximas da frequência natural da massa amortecida pelo pneu. No entanto, é possível visualizar-se que a amplitude máxima acontece para frequências próximas da frequência natural da massa amortecida.

Quando a frequência de excitação está próxima da frequência da massa amortecida pelo pneu, é possível observar que quanto menor é a massa não amortecida, menor é o seu factor de ampliação, e há um ligeiro aumento da frequência.

Contudo, a resposta da massa amortecida pelo pneu será maior para frequências acima da frequência da massa não amortecida.

Concluindo, para este tipo de configuração, em que a massa amortecida pelo pneu tem uma variação de apenas 20 kg (peso do motor e do sistema de acoplamento deste), esta alteração não provocará alterações significativas na sua resposta.

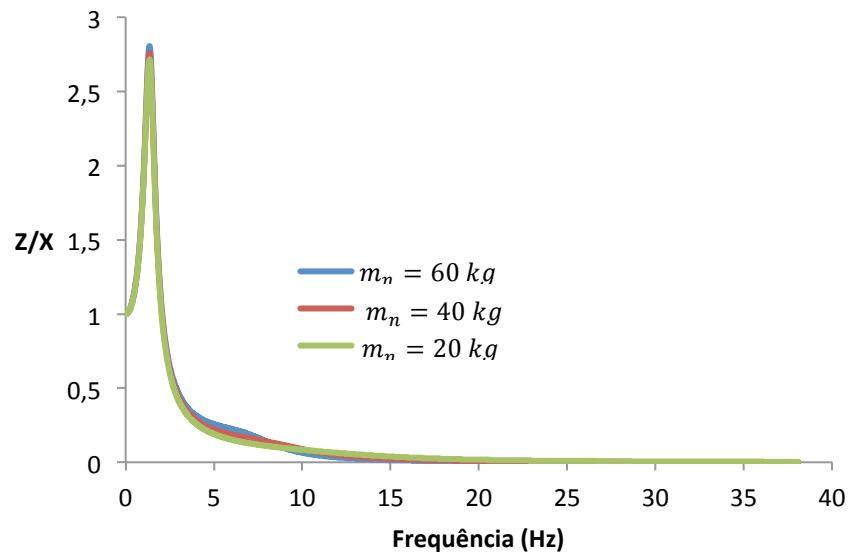


Fig. 3.7 - Resposta da Massa Amortecida

A Fig. 3.7 é o gráfico ilustrado representativo da resposta da massa amortecida em função da frequência de excitação. É possível constatar que a sua amplitude decresce, ainda que ligeiramente, com a diminuição da massa não amortecida.

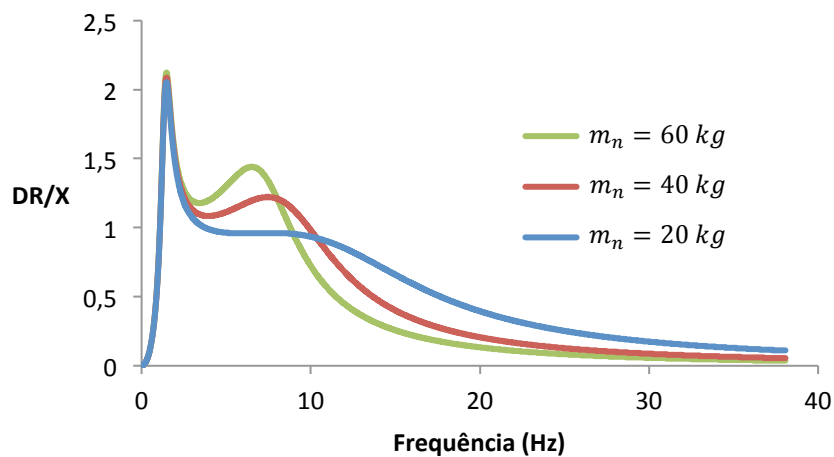


Fig. 3.8 - Resposta do Deslocamento Relativo

Na Fig. 3.8 é possível observar que com o aumento da massa amortecida pouco aumenta a amplitude máxima de resposta do deslocamento relativo, na frequência natural da massa

amortecida. Quando a frequência de excitação se aproxima da frequência da massa amortecida pelo pneu, a amplitude da resposta do deslocamento relativo aumenta consideravelmente (58%).

É possível afirmar que existe um aumento significativo na resposta da massa amortecida como resultado do aumento de massa na massa amortecida pelo pneu. Contudo, a amplitude da função de resposta de frequências próximas da frequência natural da massa amortecida é muito maior do que a amplitude da função de resposta de frequências próximas da frequência natural da massa amortecida pelo pneu.

3.2.2. Influência da Constante de Rigidez da Mola

O Fig. 3.9 apresenta uma comparação entre as respostas da massa amortecida em função da frequência de excitação para diferentes valores da constante de rigidez da mola do sistema de suspensão.

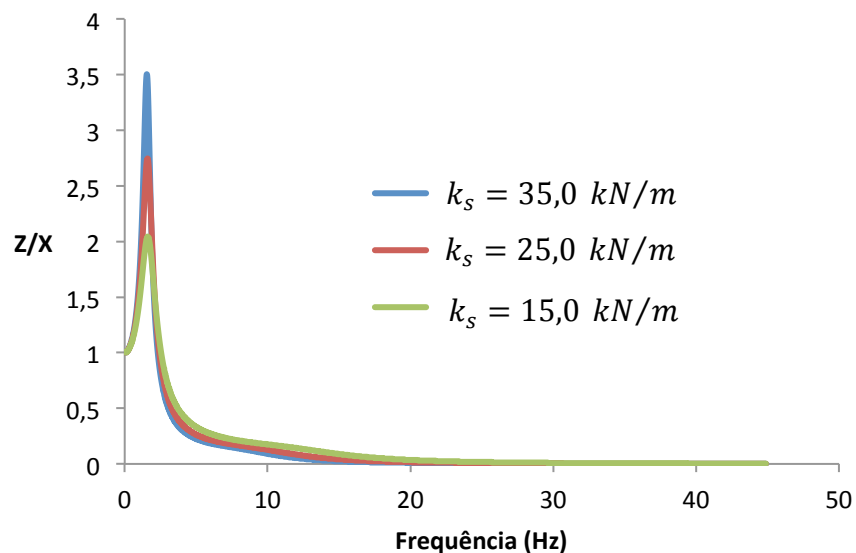


Fig. 3.9 - Resposta da Massa Amortecida

É possível constatar pela Fig 3.9 que a amplitude da resposta da massa amortecida aumenta quando se aumenta a constante de rigidez da mola da suspensão (75%). Este aumento significativo da amplitude de resposta pode causar vibrações muito desconfortáveis nos

passageiros do veículo. Quanto menor a constante de rigidez da mola, menor as acelerações transmitidas aos passageiros.

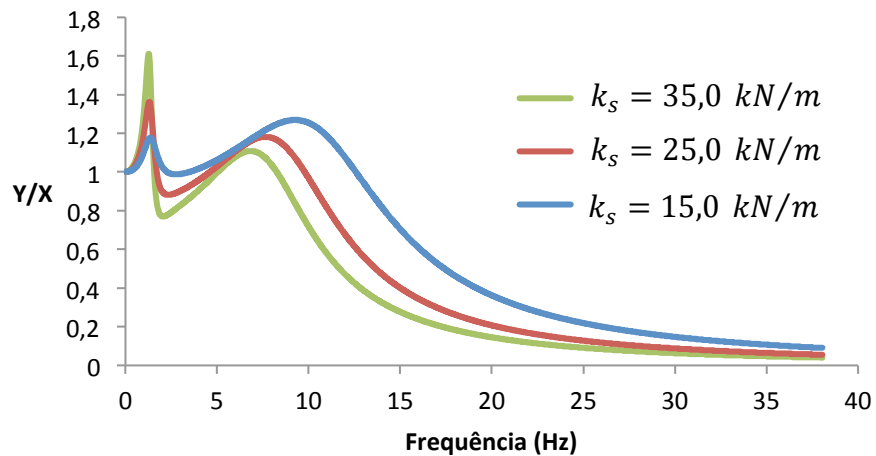


Fig. 3.10 - Resposta da Massa Não Amortecida

Na Fig. 3.10 é possível constatar que quanto menor é a constante de rigidez da mola, maior é a amplitude de resposta da massa não amortecida para frequências de excitação próximas da frequência natural desta, e menor é a mesma amplitude para frequências próximas da frequência natural da massa amortecida.

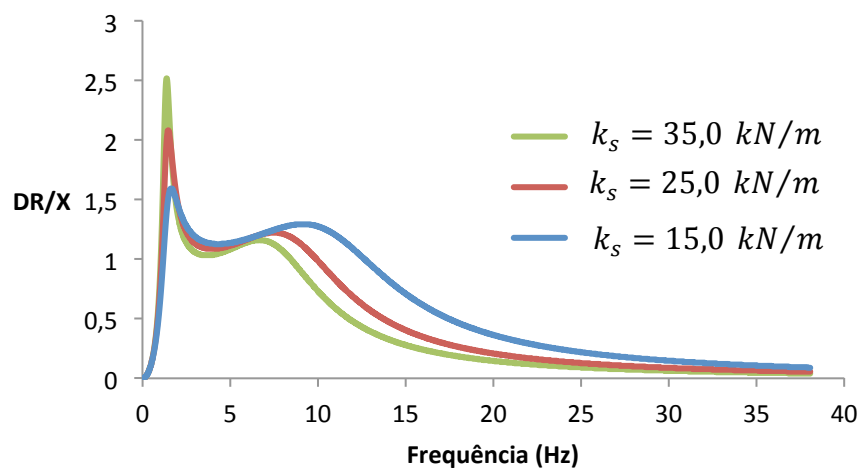


Fig. 3.11 - Resposta do Deslocamento Relativo

Através da Fig. 3.11, é possível constatar que quanto menor a constante de rigidez da mola, menor será a amplitude de resposta do deslocamento relativo; quanto menor a amplitude de resposta do deslocamento relativo, menor o curso que o amortecedor necessita para o isolamento das vibrações.

Uma constante de rigidez menor permite um melhor isolamento das vibrações na massa amortecida. No entanto é necessário ter em conta que a mola tem que suportar a massa amortecida, para além de que a amplitude de resposta da massa não amortecida aumenta quando a constante de rigidez da mola diminui.

3.2.3. Influência do Coeficiente de Amortecimento do Amortecedor

O gráfico da Fig. 3.12 apresenta uma comparação entre as respostas da massa amortecida em função da frequência de excitação para diferentes valores de coeficiente de amortecimento do amortecedor do sistema de suspensão.

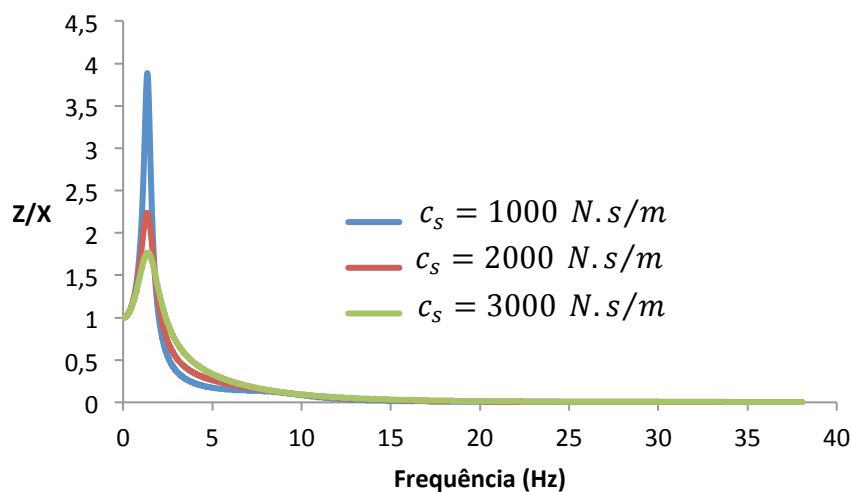


Fig. 3.12 - Resposta da Massa Amortecida

É possível verificar pela imagem que a amplitude da resposta da massa amortecida diminui quando o coeficiente de amortecimento do amortecedor do sistema de suspensão aumenta. Quanto menor é o coeficiente de amortecimento do sistema de suspensão, maior é a amplitude das vibrações sentidas pelos passageiros do veículo.

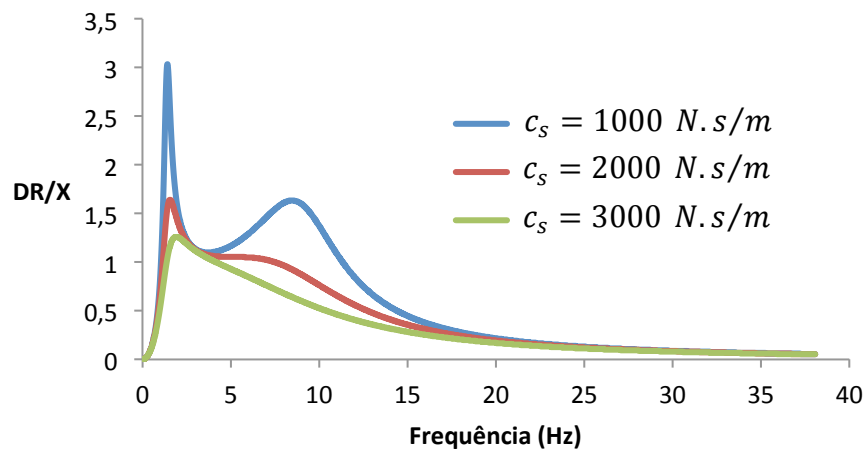


Fig. 3.13 - Resposta do Deslocamento Relativo

Na Fig. 3.13 é possível constatar que quanto maior é o coeficiente de amortecimento do amortecedor, menor são as amplitudes de resposta do deslocamento relativo.

Pelas Fig. 3.12 e 3.13, é possível concluir que quanto maior o coeficiente de amortecimento do pneu, menor serão as acelerações que serão transmitidas aos passageiros.

3.2.4. Influência da Massa Amortecida

O gráfico da Fig. 3.14 apresenta uma comparação entre as respostas da massa amortecida no domínio da frequência para diferentes valores desta.

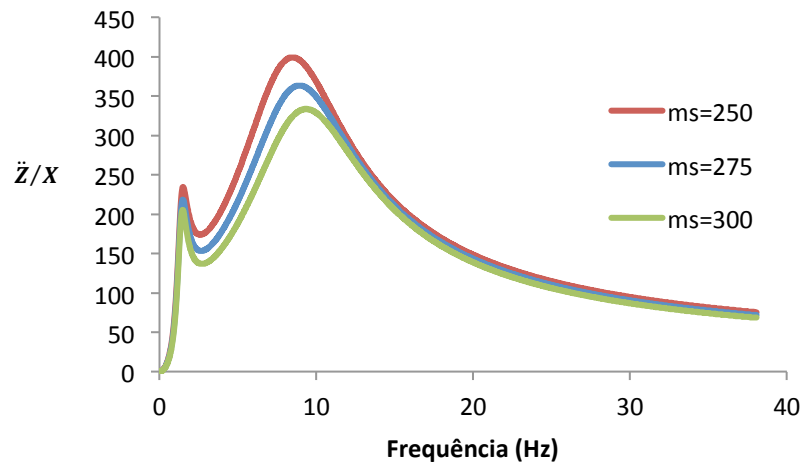


Fig. 3.14 - Resposta da Massa Amortecida

Através da imagem é possível constatar que a amplitude da resposta da aceleração da massa amortecida diminui à medida que o valor da massa amortecida aumenta. A diferença da amplitude da massa amortecida com um valor igual a 300 kg é menor do que amplitude da resposta da massa com um valor de 250 kg em aproximadamente 80%.

Na Fig. 3.15 é possível observar qual o impacto que a massa amortecida provoca na resposta da massa amortecida pelo pneu.

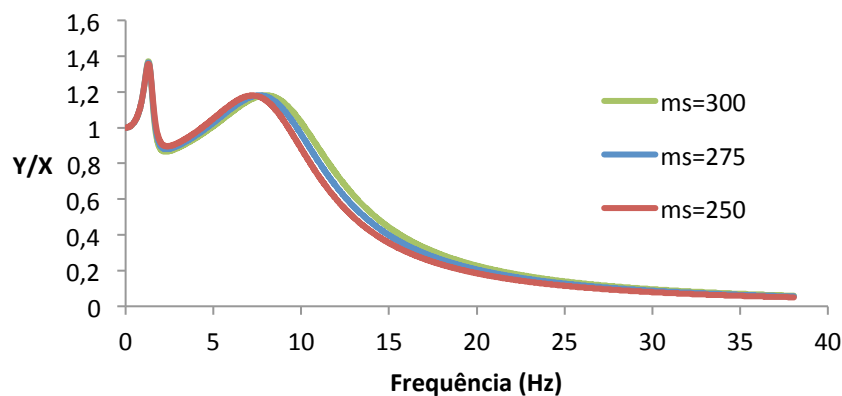


Fig. 3.15 - Resposta da Massa Amortecida pelo Pneu

O efeito da massa amortecida na resposta da massa amortecida pelo pneu é pouco significativo.

A resposta comparativa do deslocamento relativo de ambas massas no domínio da frequência está expresso na Fig 3.16.

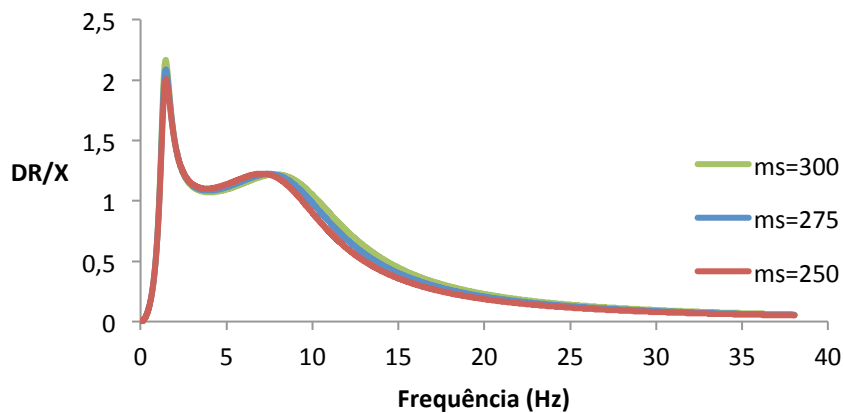


Fig. 3.16 - Resposta do Deslocamento Relativo

A influência da massa amortecida na resposta do deslocamento relativo é muito pouco significativa.

É possível concluir pelas Fig. 3.16, 3.15 e 3.14 que quanto maior é a massa amortecida, menor é a amplitude da resposta desta. Uma massa com valor maior isola faz com que as vibrações que os passageiros sofrem sejam menores.

3.2.5. Influência da Constante de Rigidez do Pneu

O Fig. 3.17 apresenta uma comparação entre as respostas da massa amortecida em função da frequência de excitação para diferentes valores da constante de rigidez da mola do sistema de suspensão.

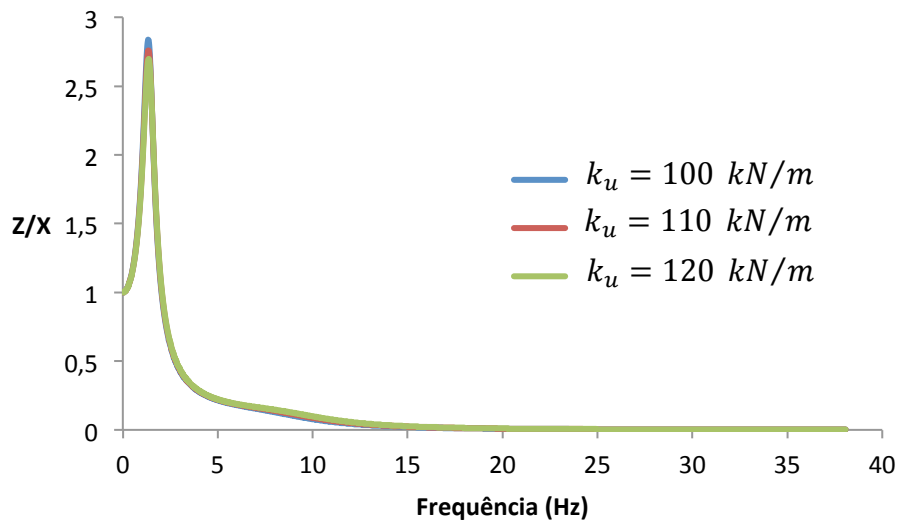


Fig. 3.17 - Resposta da Massa Amortecida

É possível constatar pela Fig 3.17 que a amplitude da resposta da massa amortecida diminui quando se aumenta a constante de rigidez do pneu. Este aumento não é muito significativo. Quanto menor a constante de rigidez do pneu, maior a amplitude de resposta da massa amortecida.

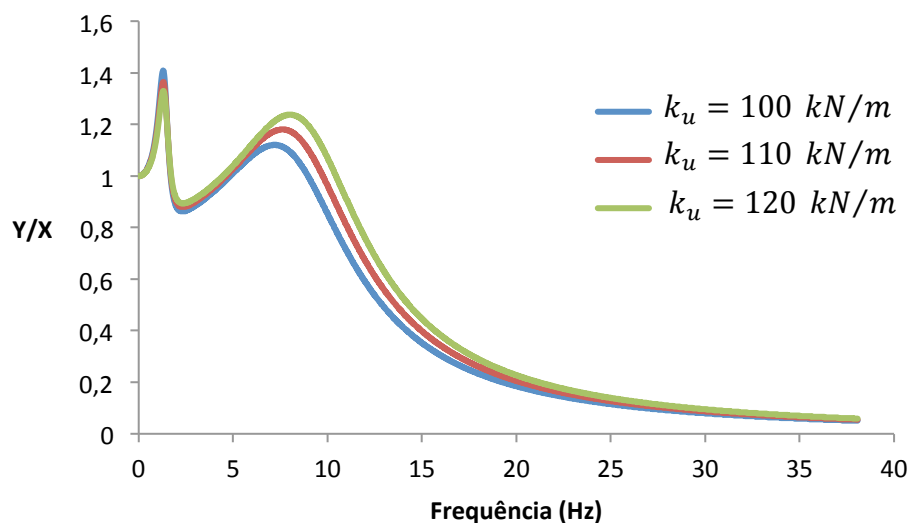


Fig. 3.18 - Resposta da Massa Não Amortecida

Na Fig. 3.18 é possível constatar que quanto maior é a constante de rigidez do pneu, menor é a amplitude de resposta da massa não amortecida para frequências de excitação próximas da frequência natural da massa amortecida, e maior é a mesma amplitude para

frequências próximas da frequência natural da massa não amortecida. No entanto, a amplitude máxima pouco se altera quando se aumenta o valor da constante de elasticidade do pneu.

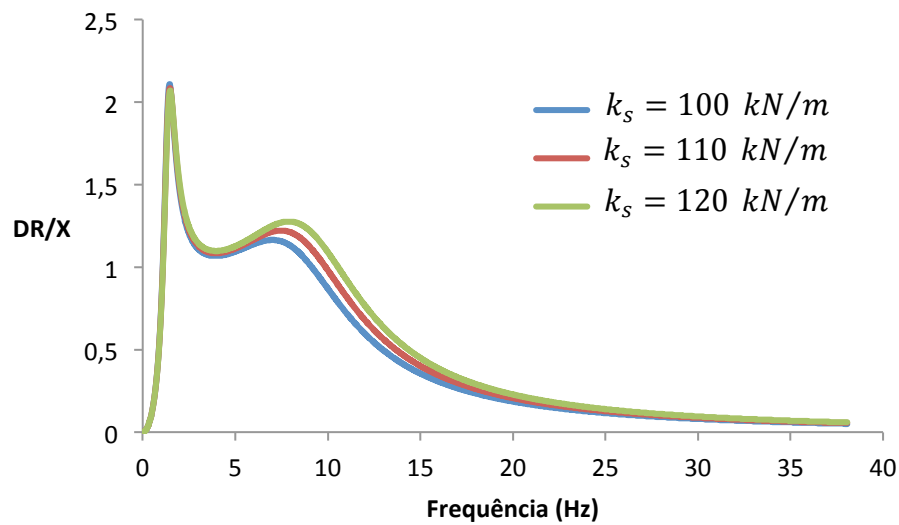


Fig. 3.19 - Resposta do Deslocamento Relativo

Através da Fig. 3.19, é possível constatar que quanto menor a constante de rigidez do pneu, maior será a amplitude de resposta do deslocamento relativo; quanto maior a amplitude de resposta do deslocamento relativo, maior o curso que o amortecedor necessita para o isolamento das vibrações.

3.2.6. Influência do Coeficiente de Amortecimento do Pneu

O gráfico da Fig. 3.20 apresenta uma comparação entre as respostas da massa amortecida em função da frequência de excitação para diferentes valores de coeficiente de amortecimento do pneu.

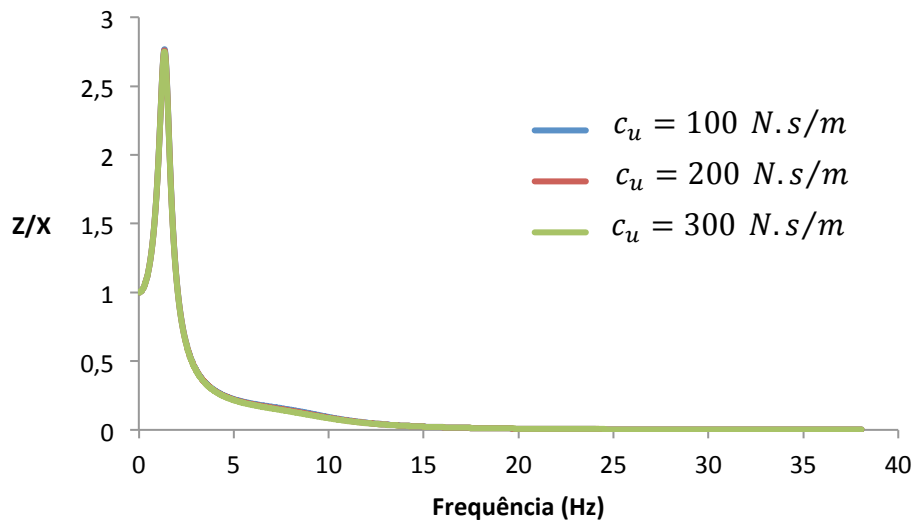


Fig. 3.20 - Resposta da Massa Amortecida

É possível verificar pela imagem que a amplitude da resposta da massa amortecida diminui quando o coeficiente de amortecimento do pneu aumenta. Quanto menor é o coeficiente de amortecimento do pneu, maior é a amplitude das vibrações sentidas pelos passageiros do veículo.

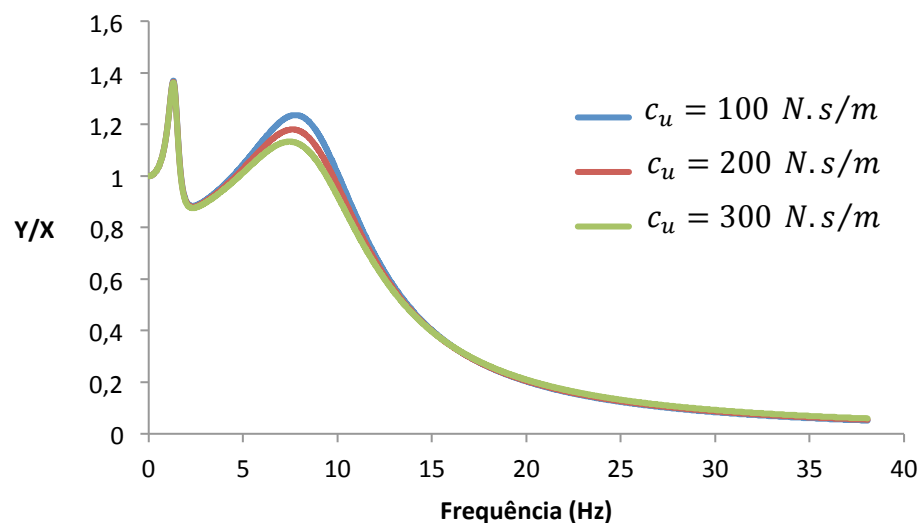


Fig. 3.21 - Resposta do Deslocamento da Massa não Amortecida

Na Fig. 3.21 é possível constatar a diferença que a variação do coeficiente de amortecimento do pneu provoca na resposta do deslocamento da massa não amortecida é desprezável. No entanto, quando a frequência de excitação se aproxima da frequência da massa

não amortecida, quanto maior é o coeficiente de amortecimento do pneu, menores são as amplitudes de resposta da massa amortecida.

A Fig. 3.22 evidencia a resposta do deslocamento relativo do sistema aquando da variação da constante de amortecimento do pneu.

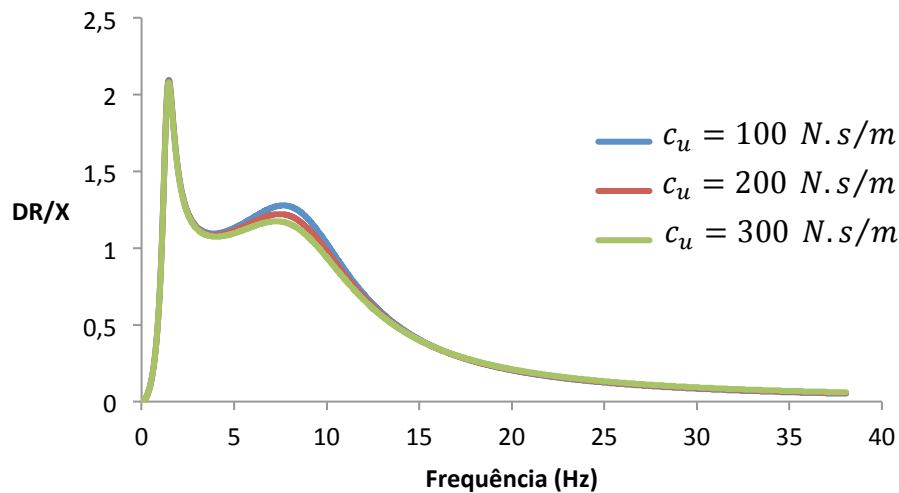


Fig. 3.22 - Resposta do Deslocamento Relativo

Pelas Fig. 3.20, 3.21 e 3.22, é possível concluir que quanto maior o coeficiente de amortecimento do pneu, menores serão as acelerações que serão transmitidas aos passageiros.

3.2.7.Comparação entre o Veículo Atual e o Veículo Elétrico

O gráfico da Fig. 3.23 apresenta uma comparação entre a resposta do modelo atual e a resposta do veículo elétrico com o sistema motor *in-wheel*. As alterações levadas a cabo são na massa amortecida e na massa não amortecida:

-Para o veículo atual

$$m_a = 300 \text{ kg} \text{ e } m_n = 20 \text{ kg}$$

-Para o veículo elétrico

$$m_a = 275 \text{ kg} \text{ e } m_n = 40 \text{ kg}$$

A restante configuração do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro permanece a mesma em ambos casos.

Na Fig. 3.23, está representada a resposta da aceleração da massa amortecida para ambas configurações.

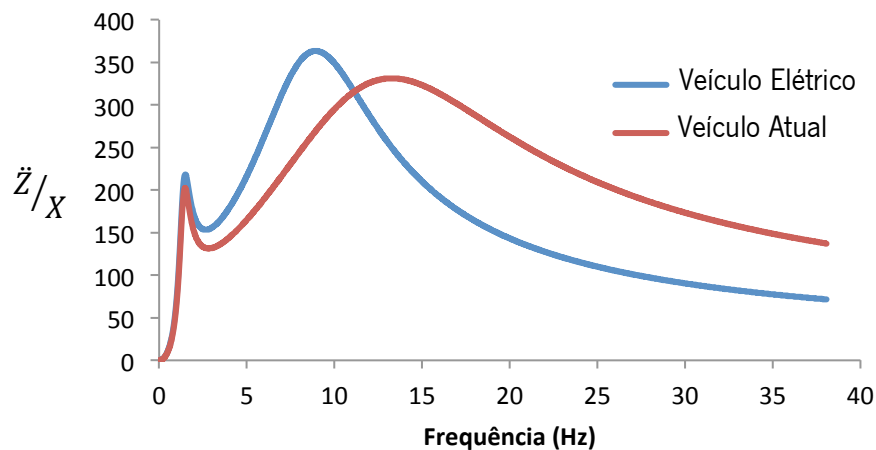


Fig. 3.23 - Gráfico comparativo da Resposta da Massa Amortecida do Veículo Elétrico vs Veículo Atual

É visível pela figura que a amplitude de resposta do veículo elétrico equipado com o sistema *motor in-wheel* é maior. A resposta da massa amortecida a frequências próximas da frequência natural da massa amortecida é maior em aproximadamente 8,5%; para frequências próximas da frequência natural da massa não amortecida, a amplitude de resposta é maior em aproximadamente 10%. Para frequências acima da frequência natural da massa não amortecida, a amplitude da aceleração da massa amortecida do veículo atual é maior do que a amplitude de resposta do veículo equipado com o sistema *motor in-wheel*.

Na Fig. 3.24 é possível observar a resposta do deslocamento relativo do veículo elétrico e do veículo atual. Constata-se pela figura que a amplitude máxima do deslocamento relativo do veículo elétrico e do veículo atual não são muito diferentes. No entanto, para frequências de excitação próximas à frequência natural da massa não amortecida, a amplitude da resposta do deslocamento relativo do veículo elétrico é mais pronunciada quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural da massa amortecida pelo pneu (cerca de 30%). Para frequência acima desta frequência, a amplitude de resposta do deslocamento relativo do veículo elétrico é menor do que a do veículo atual.

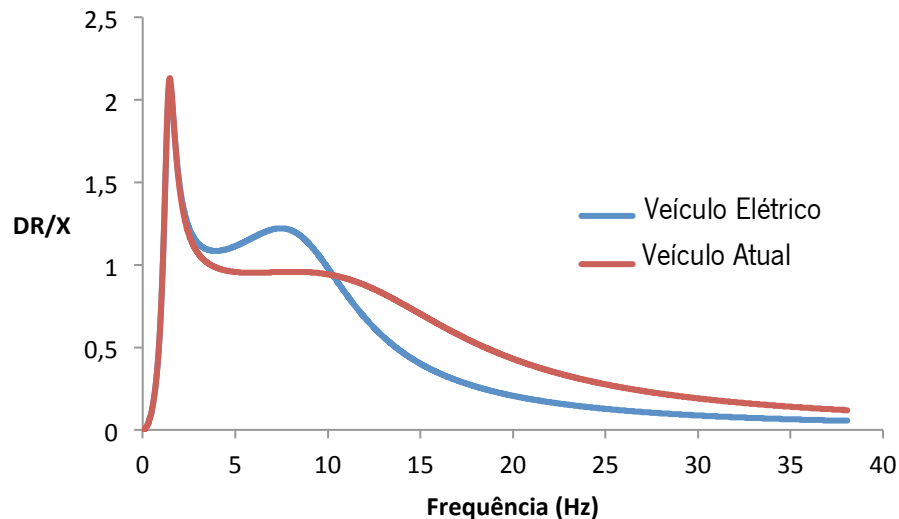


Fig. 3.24 - Resposta do Deslocamento Relativo do Veículo Elétrico vs Veículo Atual

No entanto, o facto de que as amplitudes máximas estão muito próximas obriga a que o curso de atuação do amortecedor seja o mesmo. Não é possível retirar nenhuma grande conclusão deste gráfico.

É possível concluir que a configuração utilizada no veículo elétrico aumenta a amplitude das acelerações a que a massa amortecida fica sujeita. No entanto, esta diferença não é muito pronunciada (cerca de 10%). Esta conclusão era óbvia, uma vez que ficou concluído anteriormente que um aumento do valor da massa amortecida irá causa um aumento da amplitude da aceleração da massa amortecida; e ficou concluído também que uma diminuição do valor da massa amortecida irá também aumentar a amplitude de aceleração da massa amortecida. A configuração do veículo elétrico não é a mais eficiente para este sistema, no entanto, esta diferença não é muito significativa.

3.3. Função de Resposta - Domínio do Tempo

Para a realização da análise do modelo de 1/4 de carro no domínio do tempo optou-se pelo auxílio de um *software* de simulação de sistemas dinâmicos multicorpos, o LMS Virtual Lab.

O modelo de 1/4 de carro foi modelado tal como evidenciado na Fig. 3.25

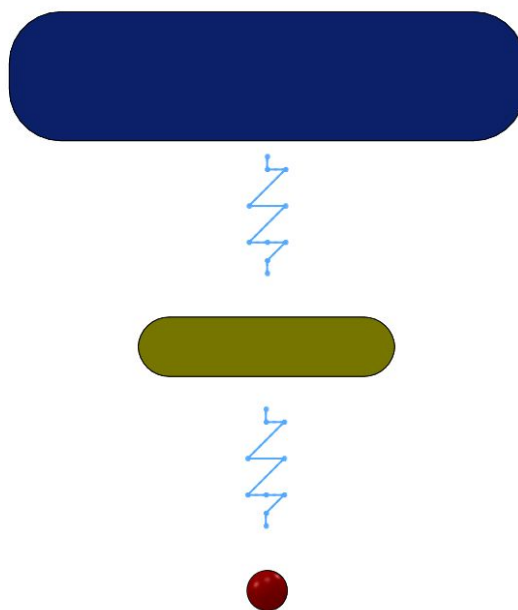


Fig. 3.25 - Modelo de 1/4 de Carro

Esta análise é realizada de maneira a simular o modelo de 1/4 de carro estudado anteriormente. No modelo de 1/4 de carro o pneu está sempre ligado ao solo por um elemento mola-amortecedor. Quando o corpo que simula a estrada se movimenta na direção vertical, simula as irregularidades do piso. Deste modo, será construído um modelo do sistema de 1/4 de carro com 3 corpos e dois elementos mola-amortecedor, representado na Fig 3.25. Nesta, o corpo exibido a vermelho representa a estrada. Os corpos a amarelo e a azul representam a massa não amortecida e amortecida, respetivamente. As constantes de rigidez e o coeficiente de amortecimento do modelo são relacionados através de uma ligação TSDA (Translational Spring Damper Actuator), que é simplesmente uma ligação translacional entre dois pontos que simula o amortecedor e a mola do sistema de suspensão. Depois de seleccionadas todas as restrições

para que o modelo apenas tivesse um deslocamento na direção vertical, foi inserido o comando que irá fazer com que o corpo que simula o solo se desloque verticalmente segundo a Eq. 3.12, definida anteriormente.

Os parâmetros utilizados são os mesmos que na análise analítica e que estão expostos na Tabela 3.2.

Obtidos os resultados da análise do modelo de 1/4 de carro, expressa-se o deslocamento das massas amortecida e não amortecida são apresentados nas figuras seguintes. A resposta da massa amortecida no domínio do tempo está ilustrada na Fig 3.26.

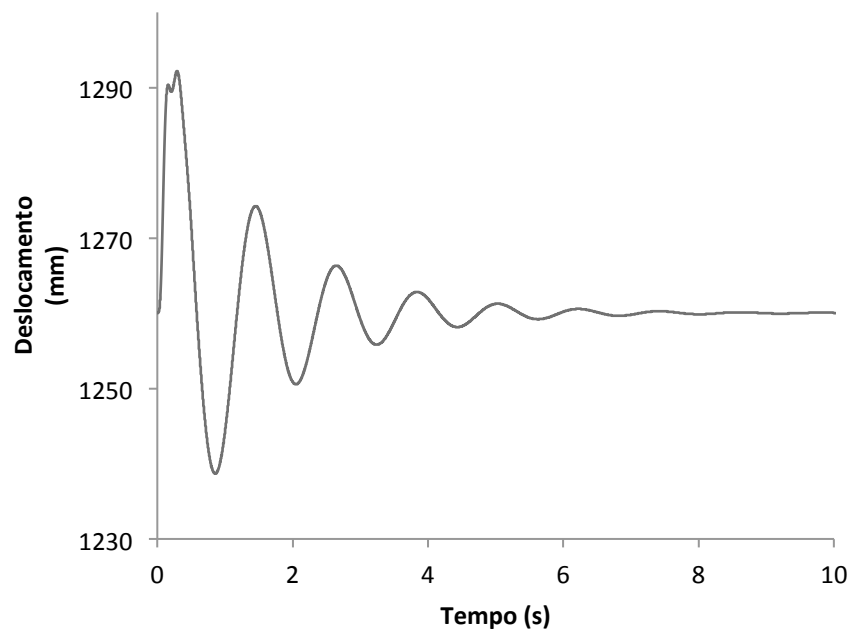


Fig. 3.26 - Resposta da Massa Amortecida

Na figura é possível observar que a massa amortecida oscila entre aproximadamente 50 mm durante 7 segundos até estabilizar na sua posição inicial, depois da função de excitação ter sido aplicada.

Depois da excitação inicial provocada pelo elemento que simula as irregularidades da estrada, a resposta da massa não amortecida no domínio do tempo está representada na Fig. 3.27.

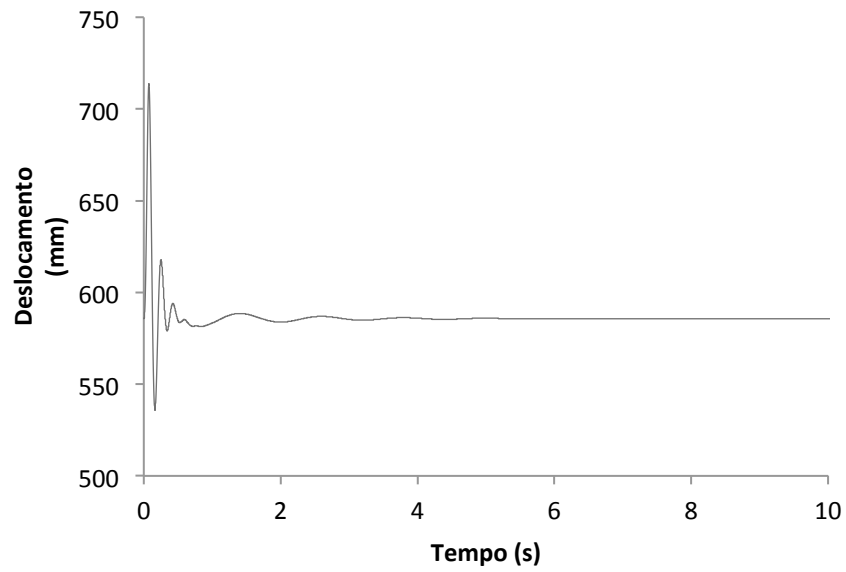


Fig. 3.27 - Resposta da Massa Não Amortecida

A massa não amortecida oscila entre 170 mm e estabiliza a sua posição ao fim de aproximadamente 2,5 segundos.

A resposta do deslocamento relativo no domínio do tempo do sistema em estudo é expressa na Fig. 3.28.

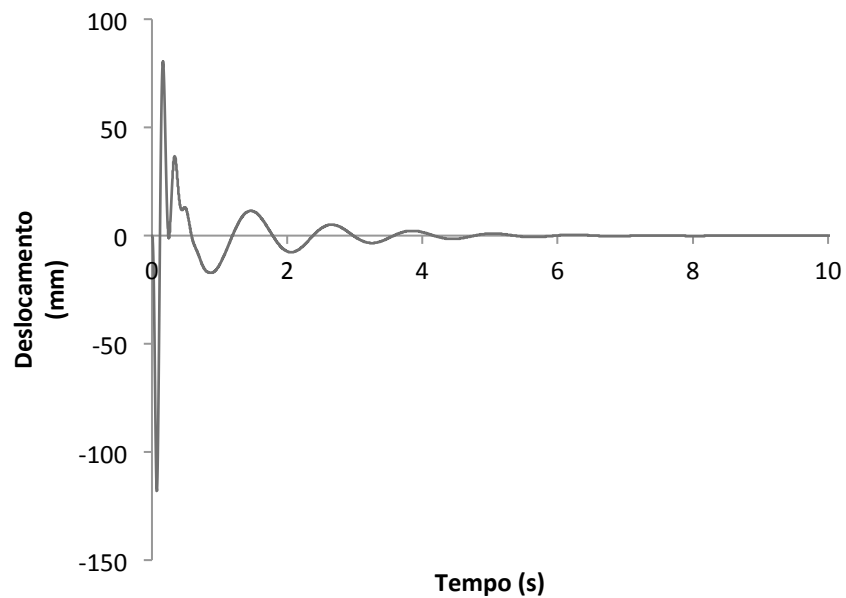


Fig. 3.28 - Resposta do Deslocamento Relativo

É possível observar que para a excitação imposta ao sistema, a resposta do deslocamento relativo varia entre 80 e -115 mm; isto obriga a que o curso do amortecedor seja de pelo menos 195mm.

O gráfico da resposta da aceleração da massa amortecida no domínio do tempo está representado na Fig. 3.29.

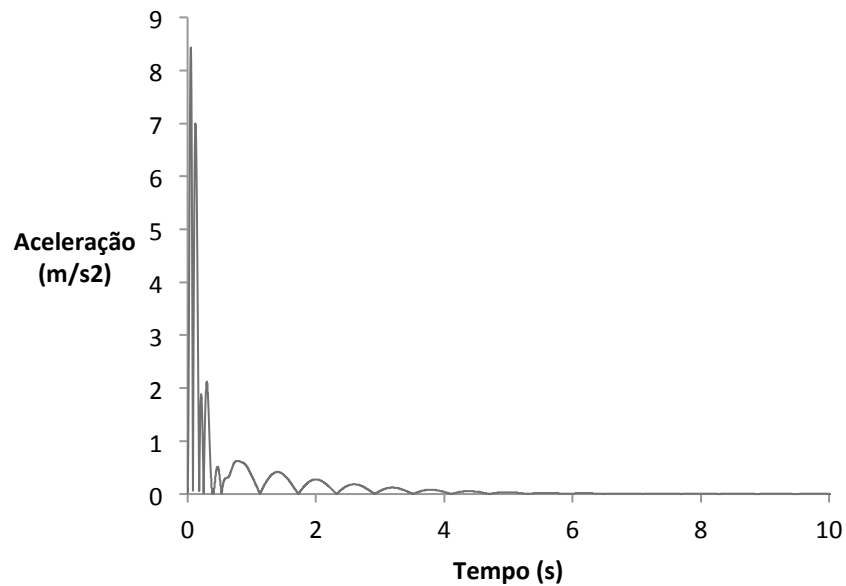


Fig. 3.29 - Resposta da Massa Amortecida

Na Fig. 3.29 é possível retirar que existe uma aceleração elevada na massa amortecida. Mais uma vez, este resultado seria de esperar, uma vez foi simulado o sistema de $\frac{1}{4}$ de carro, com uma velocidade constante de 100 km/h a passar sobre uma protuberância com uma altura de 15 cm.

3.4. Avaliação do Conforto do Veículo em relação à sua Dinâmica Vertical

Uma vez obtida a função a função de resposta da aceleração do sistema, é necessário determinar a função do valor eficaz da aspereza da estrada. Esta função será determinada a partir da norma ISO 8608. A partir da Tabela 2.1 é possível selecionar o tipo de perfil de estrada que se pretende analisar. Para este estudo foi selecionado o perfil do tipo C, que simula uma classe mediana de rugosidade da estrada.

Assim, a partir da Eq. 3.48, a função da rugosidade do solo vem

Eq. 3.48

$$G_d(n) = 64 \cdot 10^{-6} \left(\frac{n}{0,1} \right)^2$$

Se a análise for realizada para velocidades constantes:

$$v = 50 \text{ km/h} \text{ e } v = 100 \text{ km/h}$$

a função rugosidade fica completamente definida em função da frequência de excitação.

É possível determinar o valor eficaz da aceleração através da Eq. 3.49 [32].

Eq. 3.49

$$\ddot{Z}_a = \left| \frac{\ddot{Z}_a}{X} \right|^2 G_d(n)$$

A equação indica a relação entre a função da aceleração da massa amortecida pelo sistema de suspensão e a função da rugosidade da superfície da estrada através do quadrado do módulo da função de resposta da aceleração da massa amortecida do sistema linear.

Assim, para um veículo equipado com um sistema *motor in wheel* com a configuração da Tabela 3.2, é possível obter a magnitude da função de densidade da aceleração vertical do veículo a 50 e a 100 km/h numa estrada do tipo C. Se forem adicionados os parâmetros de

ponderação da Norma ISO 2631-1, é possível avaliar as acelerações a que a massa amortecida é sujeita quando excitada, e que está representado na Fig. 3.30.

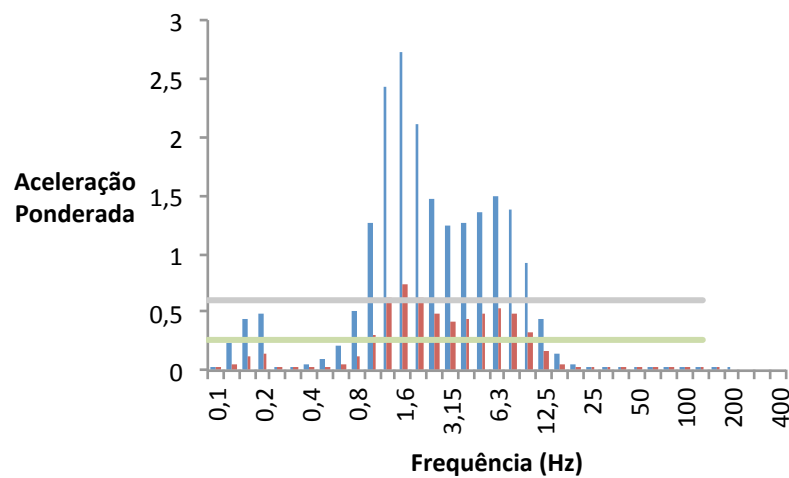


Fig. 3.30 - Densidade da Aceleração Vertical Ponderada do Veículo em estudo para uma Estrada do tipo C

Na Fig. 3.30, a linha a verde representa uma aceleração igual a $0,315 \text{ m/s}^2$. De acordo com a Norma ISO 2631-1, todas as acelerações abaixo deste valor não são desconfortáveis. A linha a cinzento representa uma aceleração igual a $0,63 \text{ m/s}^2$. Todas as acelerações abaixo desta magnitude de acelerações são um pouco desconfortáveis.

As colunas a azul representam a aceleração vertical ponderada do veículo a uma velocidade de 100 km/h numa estrada do tipo C para o veículo equipado com sistema *motor in-wheel*. As colunas a vermelho representam as acelerações verticais ponderadas a que a massa amortecida é sujeita a 50 km/h numa estrada do tipo C.

Pela figura é possível afirmar que quando a frequência de excitação se aproxima da frequência das massas amortecida e não amortecida, as acelerações a que a massa amortecida aumenta. Numa estrada com um perfil de rugosidade do tipo C, a uma velocidade constante de 50 km/h , as acelerações que a massa amortecida sofre são um pouco desconfortáveis no intervalo de frequências entre a frequência natural da massa amortecida e não amortecida; chegam a ser razoavelmente desconfortáveis quando a frequência de excitação é próxima da frequência natural da massa amortecida.

Numa estrada com um perfil de rugosidade do tipo C, a uma velocidade constante de 100 km/h , as acelerações que a massa amortecida sofre são um pouco desconfortáveis. Quando a frequência de excitação se aproxima da frequência natural da massa amortecida as acelerações que a massa amortecida sofre estão classificadas como muito desconfortáveis.

Assim, não é aconselhável que o veículo se desloque a uma velocidade acima de 50 km/h numa estrada com rugosidade do tipo C.

3.5.Otimização do Sistema de Suspensão

3.5.1.Otimização do Sistema de Suspensão (Conforto)

A melhor estratégia de otimização de um sistema de suspensão passa por aumentar o nível de conforto do veículo. E para que isso aconteça, é necessário reduzir as acelerações a que a massa amortecida está sujeita. O sistema de suspensão também é otimizado quando o amortecedor utiliza o menor curso possível para realizar a sua função. Se estas duas premissas forem aliadas, é possível determinar os parâmetros ideais do sistema de suspensão para o modelo em estudo.

Foi referido anteriormente, durante a análise da resposta do deslocamento relativo no domínio do tempo, que o curso do amortecedor necessário para que este não atinja o seu limite é de pelo menos 195 mm para os parâmetros atuais. O curso do amortecedor atual é de aproximadamente 160 mm, que é o curso máximo do amortecedor atual.

Os limites do amortecedor não devem ser atingidos, pois este poderia ficar danificado e o choque poderia ser prejudicial para os passageiros do veículo. Para além destes factos, é necessário ter em conta que o sistema de suspensão está aplicado no veículo protótipo com um grau de inclinação que prejudica a sua eficiência por culpa das limitações geométricas do projeto. Torna-se assim necessário otimizar a suspensão para o veículo protótipo em estudo. Para a realização da otimização deve ser adotada uma estratégia em que a aceleração absoluta da massa suspensa seja a menor possível, bem como o deslocamento relativo. Os parâmetros ideais são os que fazem com que a aceleração absoluta da massa amortecida e o deslocamento relativo seja 0.

Com base nesta estratégia é possível criar um gráfico que evidencie o comportamento da aceleração absoluta da massa amortecida em função do deslocamento relativo, onde ω_a e ξ_a são as variáveis independentes do sistema.

O gráfico ilustrado para a definição dos parâmetros ótimos do sistema em estudo está representado na Fig. 3.31.

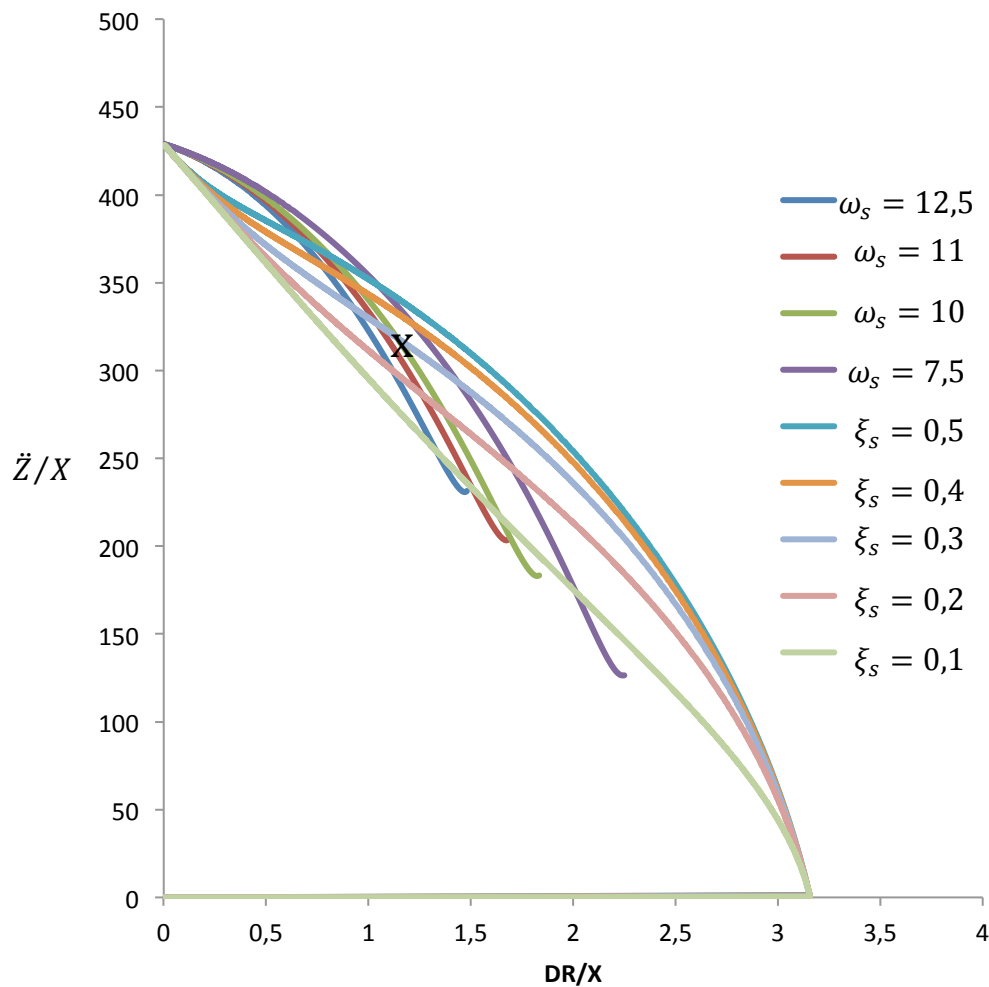


Fig. 3.31 - Aceleração Absoluta vs Deslocamento Relativo

Na Fig. 3.31 está presente a variação do deslocamento relativo em função da aceleração absoluta da massa amortecida. É possível observar que quanto maior o deslocamento relativo, menor a aceleração que a massa amortecida irá sofrer.

Uma vez que o deslocamento relativo influencia o curso do amortecedor, é seguro dizer com base no gráfico que quanto maior for o curso do amortecedor, menores serão as

acelerações que a massa amortecida irá sofrer. No gráfico está marcado com um X a posição dos parâmetros que estão atualmente aplicados no sistema de suspensão. Com base na Fig. 3.31, é possível otimizar o sistema de suspensão escolhendo as melhores características para o sistema de suspensão.

Foram escolhidos dois pontos no gráfico com vista a otimizar o sistema de suspensão. O critério para a escolha do primeiro ponto foi a redução do curso da suspensão, ou seja, a redução da amplitude do deslocamento relativo. O critério para a escolha do segundo ponto foi a redução das vibrações da massa amortecida, ou seja, a redução da amplitude da aceleração da massa amortecida.

Assim, através da Fig. 3.31, foram escolhidos os seguintes parâmetros:

$$\omega_1 = 11,5 \text{ e } \xi_1 = 0,4$$

$$\omega_2 = 10 \text{ e } \xi_2 = 0,1$$

Concretizando as respetivas substituições

$$k_1 = 36368,75 \text{ N/m e } c_1 = 2530 \text{ N.s/m}$$

$$k_2 = 27500 \text{ N/m e } c_2 = 550 \text{ N.s/m}$$

Foram ainda considerados dois outros pontos: um ponto intermédio entre os pontos 1 e 2; e um ponto com uma razão de amortecimento

$$\omega_{up} = 10 \text{ e } \xi_{up} = 0,4$$

Se fosse adotada uma frequência da massa amortecida $w_s \geq 11,5 \text{ rad/s}$, o valor da constante de elasticidade da mola seria demasiado elevado.

Analise-se agora o modelo de 1/4 de carro com os novos parâmetros.

O gráfico de comparação da resposta da massa amortecida em função da frequência de excitação dos parâmetros atuais e dos escolhidos está presente na Fig. 3.32.

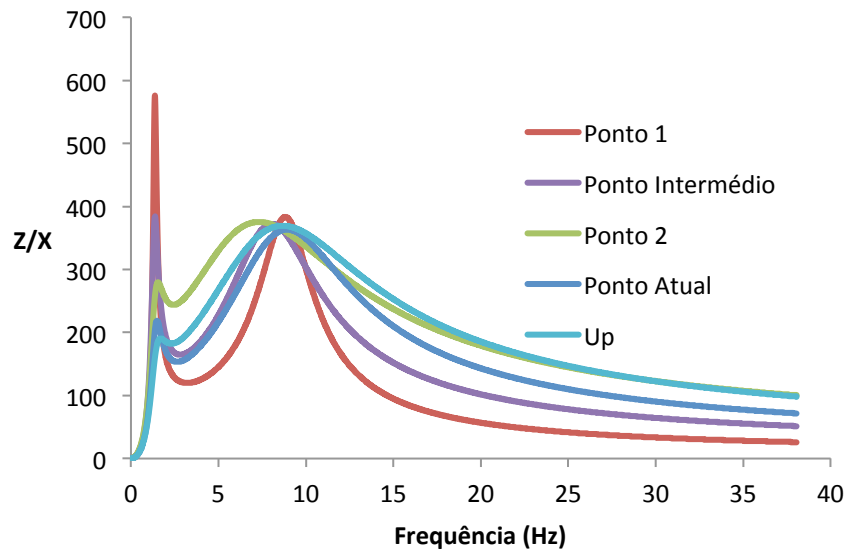


Fig. 3.32 - Resposta da Massa Amortecida

Verifica-se na figura que a amplitude mínima da resposta da massa amortecida para baixas frequências é obtida através dos parâmetros selecionados para up. No entanto, a amplitude de up é a maior, para frequências acima da frequência natural da massa não amortecida. A configuração do sistema de suspensão atual é o que apresenta uma melhor eficácia para o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro em estudo, uma vez que a resposta da massa amortecida tem amplitude máxima menor do que todas as outras configurações.

O gráfico que evidencia a resposta do deslocamento relativo em função da frequência de excitação dos parâmetros escolhidos e dos parâmetros atuais está representado na Fig. 3.33.

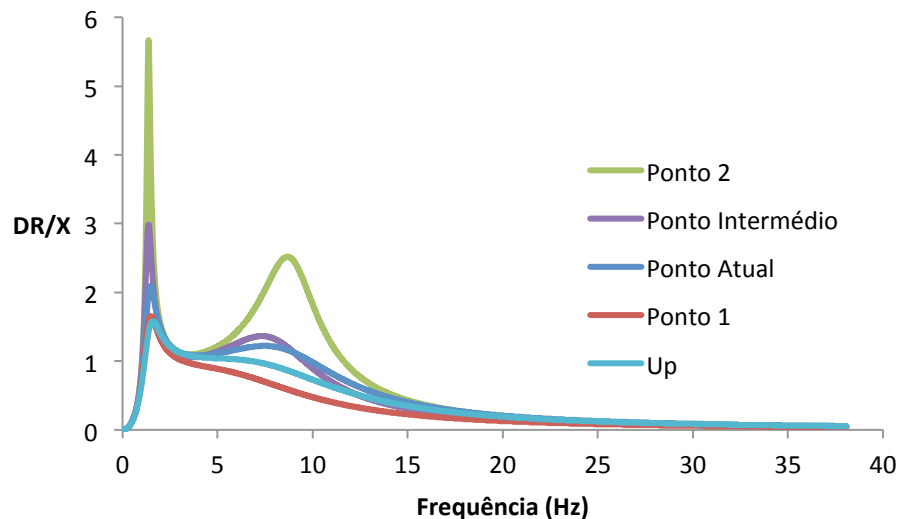


Fig. 3.33 - Resposta do Deslocamento Relativo

É visível na Fig. 3.33 que a menor amplitude da resposta do deslocamento relativo acontece nos parâmetros definidos para a configuração de up. Esta configuração é a que torna o sistema de suspensão mais eficaz se o critério escolhido é um curso menor do amortecedor.

Se ambos critérios forem levados em conta, a menor amplitude da resposta da aceleração da massa amortecida e a menor amplitude do deslocamento relativo, os parâmetros ótimos são os que se encontram no sistema de suspensão atual.

3.5.2.Otimização do Sistema de Suspensão (Segurança)

Outra estratégia de otimização de um sistema de suspensão passa por aumentar o nível de segurança do veículo. Para que isso aconteça, é necessário reduzir o deslocamento a que a massa não amortecida está sujeita. Esta redução permite melhorar o contacto entre o solo e o pneu, aumentando assim a segurança do veículo. O sistema de suspensão também é otimizado quando o amortecedor utiliza o menor curso possível para realizar a sua função.

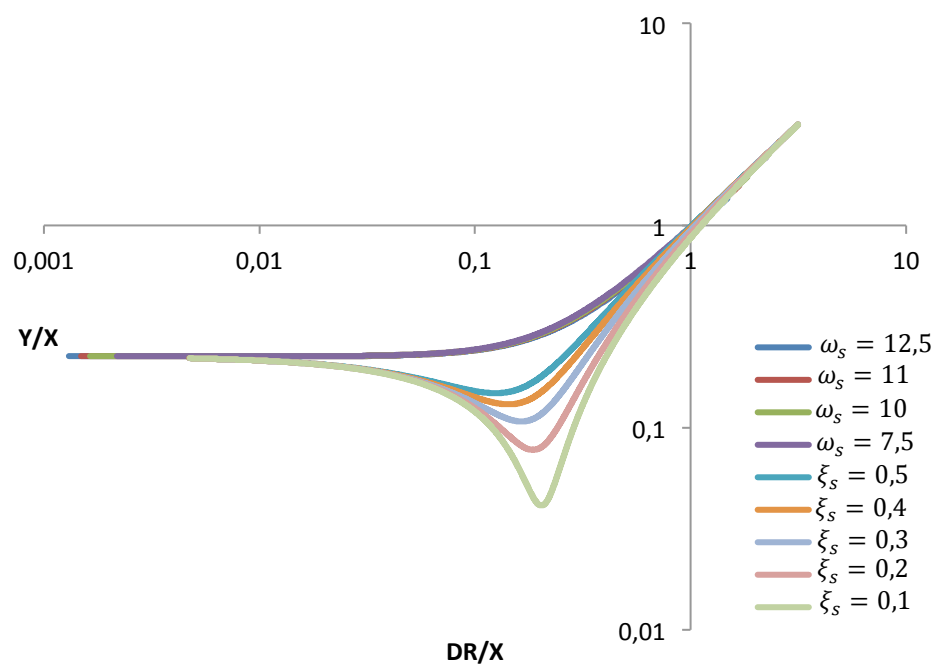
Se estas duas premissas forem aliadas, é possível determinar os parâmetros ideais do sistema de suspensão para o modelo em estudo.

Para a realização da otimização ao nível da segurança deve ser adotada uma estratégia em que o deslocamento da massa não amortecida seja a menor possível, bem como o

deslocamento relativo. Os parâmetros ideais são os que fazem com que a aceleração absoluta da massa amortecida e o deslocamento relativo seja 0.

Com base nesta estratégia é possível criar um gráfico que evidencie o comportamento do deslocamento da massa não amortecida em função do deslocamento relativo, onde ω_s e ξ_s são as variáveis independentes do sistema.

O gráfico ilustrado para a definição dos parâmetros ótimos do sistema em estudo está representado na Fig. 3.34. A escala utilizada é logarítmica para facilitar a compreensão do gráfico.



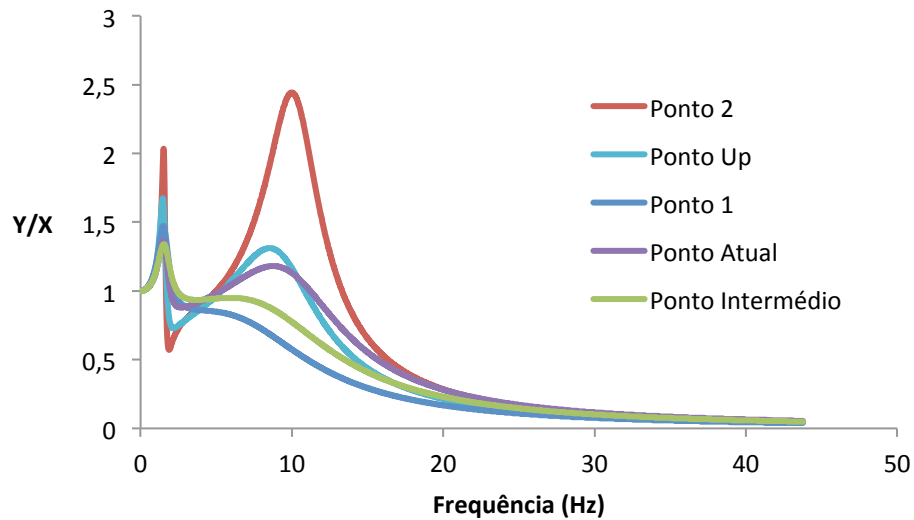
3.34 – Deslocamento da Massa não Amortecida vs Deslocamento Relativo

Na Fig. 3.34 está presente a variação do deslocamento da massa não amortecida em função do deslocamento relativo. É possível observar que quanto maior o deslocamento relativo, maior é a amplitude do deslocamento da massa não amortecida que irá sofrer.

Uma vez que o deslocamento relativo influencia o curso do amortecedor, é seguro dizer com base no gráfico que quanto maior for o curso do amortecedor, maiores serão os deslocamentos que a massa não amortecida irá sofrer. Com base na Fig. 3.34, é possível otimizar o sistema de suspensão escolhendo as melhores características para o sistema de suspensão, em termos de segurança.

Foram escolhidos os mesmos pontos utilizados para a realização da otimização do sistema de suspensão cujo critério foi o conforto.

O gráfico de comparação da resposta da massa amortecida em função da frequência de excitação dos parâmetros atuais e dos escolhidos está presente na Fig. 3.35.



3.35 – Resposta do Deslocamento da Massa não Amortecida

Verifica-se na figura que a amplitude mínima da resposta da massa não amortecida para baixas frequências é obtida através dos parâmetros selecionados para o ponto intermédio. No entanto, a amplitude máxima de resposta da configuração atual do sistema de suspensão está muito próxima da amplitude de resposta da configuração do ponto intermédio. Para além disso, como se verificou anteriormente na Fig. 3.33, a menor amplitude de resposta verifica-se para o ponto atual, uma vez que a amplitude de resposta do deslocamento relativo da configuração do ponto intermédio é maior. A configuração do sistema de suspensão atual é o que apresenta uma melhor eficácia para o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro em estudo.

Capítulo 4 - Banco de Ensaio

A construção e subsequente análise de modelos analíticos e protótipos virtuais oferecem uma solução integrada e eficiente para criar, analisar e otimizar modelos que simulam o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos complexos.

Os protótipos virtuais fornecem previsões muito precisas e próximas da realidade, tornando-se uma ferramenta muito importante na concepção de qualquer sistema dinâmico. Estes permitem economizar recursos financeiros e todo o tempo de preparação de cada ensaio, comparativamente com os protótipos reais. Apesar de serem ferramentas indispensáveis nos dias de hoje, é necessário validar os resultados com testes experimentais, pois mesmo num protótipo virtual o resultado da análise obtida é apenas uma boa aproximação da realidade. Existem certos fenómenos reais que não são tidos em conta, por várias razões, tal como a dificuldade na obtenção de certos parâmetros que influenciam minimamente a análise de um protótipo real.

Tornou-se necessário o desenho e projeto de um banco de testes do modelo de 1/4 de carro, uma estrutura que permitisse a simulação do modelo em ambiente de laboratório. Os testes deste tipo, realizados em laboratório, permitem que a experiência seja conduzida com mais segurança, e que as modificações a efetuar no modelo sejam efetuadas em menor espaço de tempo do que em pista, permitindo uma redução de custos e de riscos entre cada experiência. Um teste de estrada demoraria muito mais tempo e seria muito mais dispendioso.

Para além destas vantagens, os testes em ambiente laboratorial permitem medições e análises muito mais precisas que em pista.

Para dar início à conceção do banco de testes do modelo de 1/4 de carro foram definidas as premissas básicas:

- o banco de testes deve simular o modelo de 1/4 de carro, com os componentes reais do protótipo do veículo em estudo;
- o custo do equipamento deve ser o menor possível.

4.1. Análise Geométrica e Cinemática do Sistema

A análise geométrica a seguir descrita servirá para apoio ao dimensionamento do banco de testes do modelo de 1/4 de carro. As dimensões que têm de ser respeitadas são determinadas pela geometria do veículo existente, a fim de simular uma situação real em laboratório, assegurando desta forma que a única alteração que o modelo real sofre é nos parâmetros pretendidos.

Assim, as medidas a respeitar para a conceção da estrutura são (Fig. 4.1):

- a distância entre o apoio superior do amortecedor e o eixo do braço que estabelece a ligação entre a roda e o chassis do veículo protótipo, que é de 350mm;
- a distância do braço que estabelece a ligação entre a roda e o chassis do veículo protótipo e o sistema de suspensão, que mede 390mm.

Estas medidas podem ser visualizadas na Fig. 4.1, que evidencia as medidas a respeitar na construção do banco de testes.

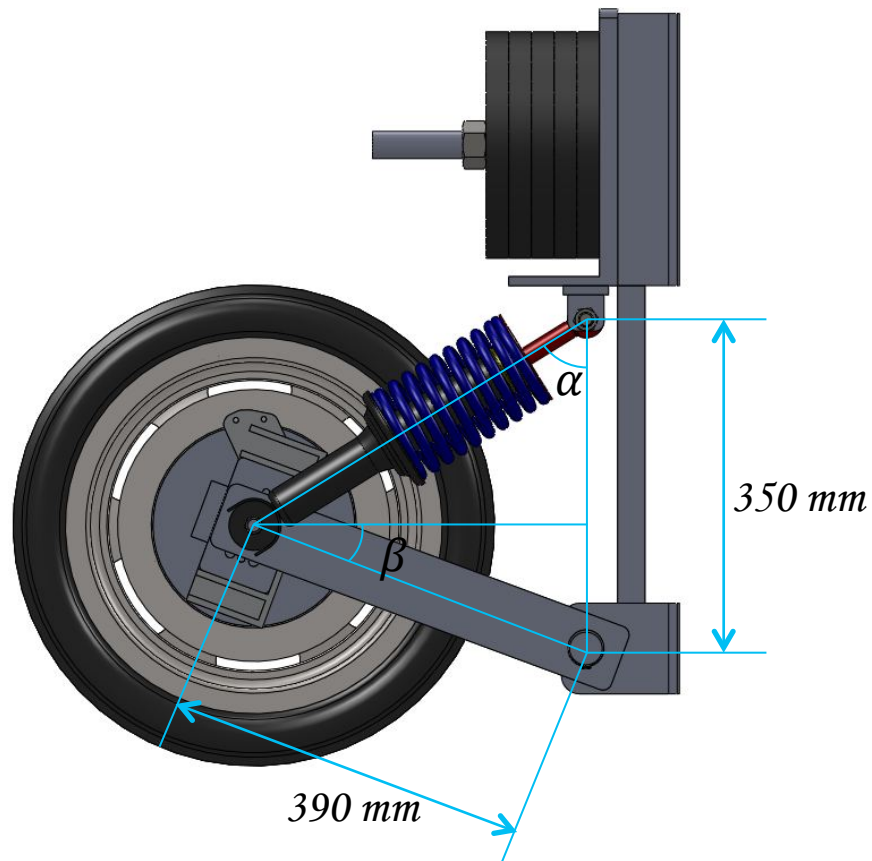


Fig. 4.1 - Pormenor da Roda do Veículo

Esta é a posição em que a roda se encontra no ponto mais baixo aquando da análise do protótipo virtual, pois o sistema de suspensão não se encontra atuado.

O deslocamento possível da roda está evidenciado no gráfico ilustrado da Fig. 4.2.

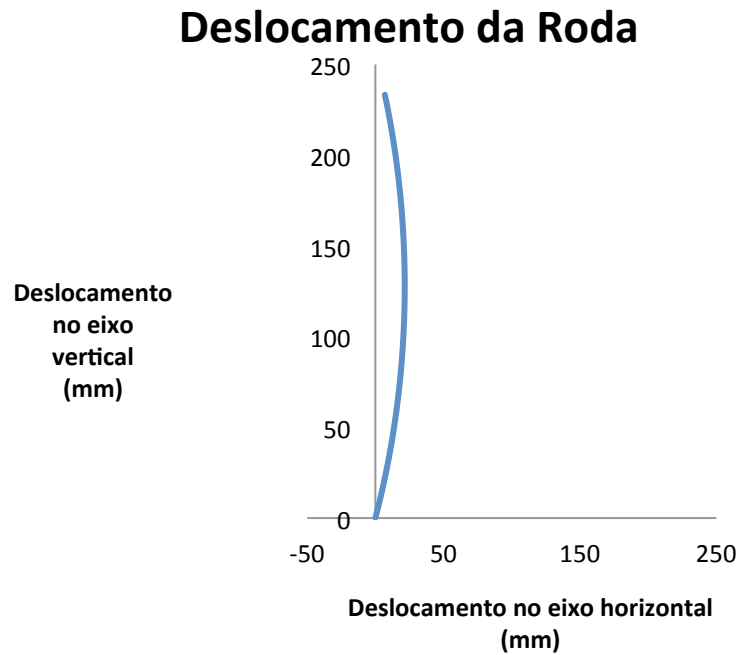


Fig. 4.2 - Deslocamento da Roda do Veículo

4.1.2. Análise Cinemática

A força exercida no pneu está limitada pelo sistema de suspensão. A força máxima exercida pelo sistema de suspensão é determinada pela força com que a mola e o amortecedor reagem às excitações provocadas na roda.

Para determinar a força que a suspensão exerce quando o sistema é atuado até um ponto máximo, foi realizada uma análise dinâmica no programa LMS Virtual Lab.

Foi necessário criar um modelo que represente o veículo atual em ambiente virtual. O modelo virtual está representado na Fig. 4.3. Para levar o sistema de suspensão ao limite foi idealizada uma lomba com 150 cm de altura e 300 cm de comprimento. O protótipo desloca-se a uma velocidade de 50 *km/h*.

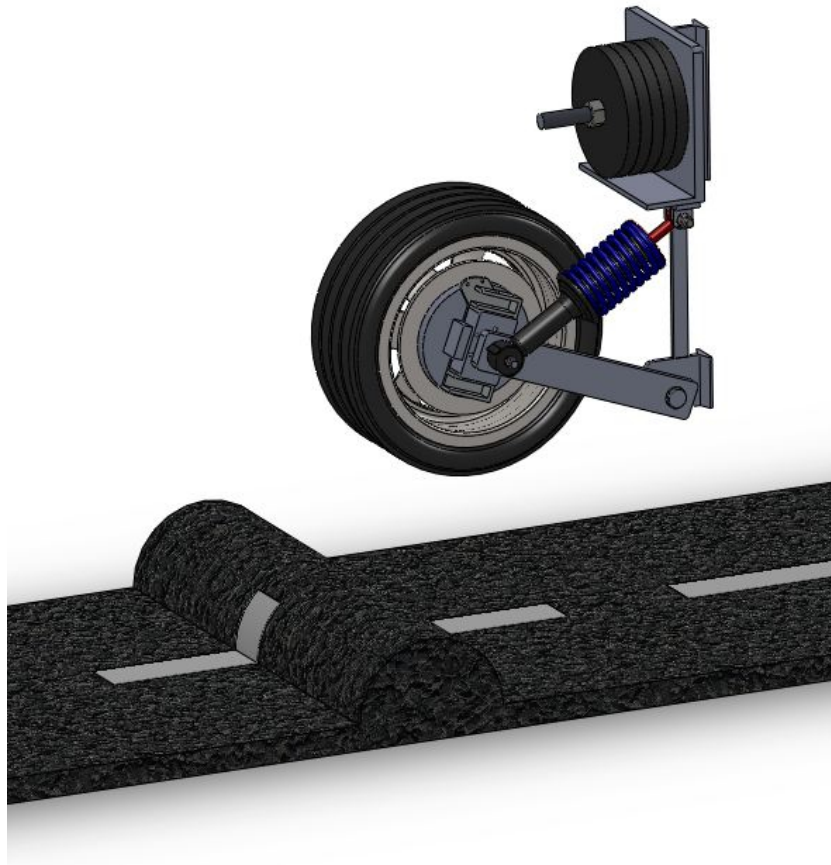


Fig. 4.3 - Modelo Virtual do carro Atual

Porque a mola pode sofrer uma deformação maior do que o curso da suspensão, o limite da força aplicada será a força que fará deslocar o êmbolo do amortecedor ao seu ponto máximo. O curso máximo do amortecedor é de 160 mm.

A força máxima a que o sistema deverá ser sujeito é definida pela seguinte estrutura de cálculo foi obtida a partir dos dados fornecidos pela análise do software LMS Virtual Lab, que fornece a força reação que o sistema de suspensão modelado.

Então a força máxima de reação do sistema de suspensão é

$$F_a = 8700 \text{ N}$$

Na Fig. 4.4 está representado o diagrama de esforços do sistema em estudo.

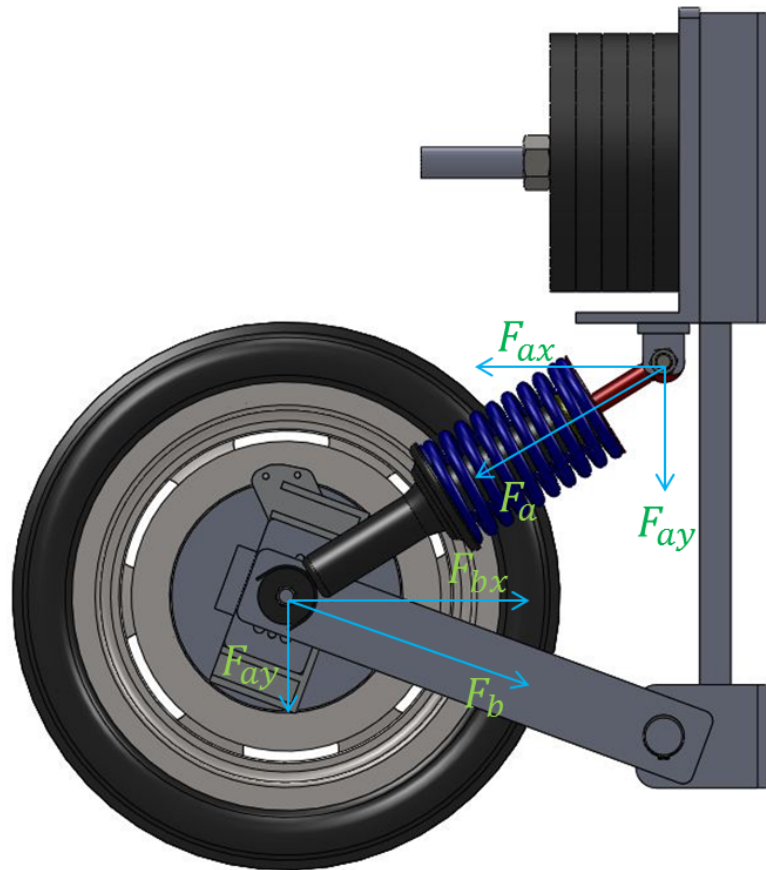


Fig. 4.4 - Diagrama de Esforços do Sistema de Suspensão

Analisando a Fig. 4.4, é possível observar que a força acima calculada é a força máxima transmitida à massa suspensa.

Decompondo a força máxima transmitida à massa suspensa

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{ay}}{F_a} \Leftrightarrow F_{ay} = 8700 \sin(58,9^\circ) = 7,45 \text{ kN}$$

Eq. 4.1

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{ax}}{F_a} \Leftrightarrow F_{ax} = 8700 \cos(58,9^\circ) = 4,49 \text{ kN}$$

Eq. 4.2

As forças decompostas transmitidas pelo amortecedor irão atuar na roda e no braço que suporta a roda do protótipo.

Assim,

Eq. 4.3

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow F_{ax} + F_{bx} = 0 \Leftrightarrow F_{bx} = -4,49kN$$

A força transmitida ao braço que suporta a roda do protótipo pode ser decomposta

Eq. 4.4

$$\cos(\beta) = \frac{F_{bx}}{F_b} \Leftrightarrow F_b = -4,78kN$$

Eq. 4.5

$$\sin(\beta) = \frac{F_{by}}{F_b} \Leftrightarrow F_{by} = -1,64kN$$

A força máxima transmitida à roda aquando do seu funcionamento deve ser

Eq. 4.6

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow -F_{by} + F_{ay} = 0 \Leftrightarrow F_r = 5,81kN$$

Para efeitos de estudo neste trabalho será considerado o seguinte momento máximo:

Eq. 4.7

$$\sum M_x = 0 \Leftrightarrow 0,275F_r = 1,60kNm$$

4.2. Conceção da Estrutura do Banco de Ensaaios

Para ensaiar o sistema *motor in wheel* em laboratório para determinar as suas capacidades em termos de potência e resposta do sistema de suspensão, idealizou-se um banco de ensaios. Esta terá de permitir a aplicação das irregularidades do solo sobre o sistema e simultaneamente a análise das vibrações do sistema, nomeadamente as vibrações da massa suspensa, bem como o deslocamento do amortecedor.

Mais uma vez o modelo a ensaiar é o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro.

A estrutura idealizada para replicar o modelo real de $\frac{1}{4}$ de carro é a que se apresenta na Fig. 4.5.

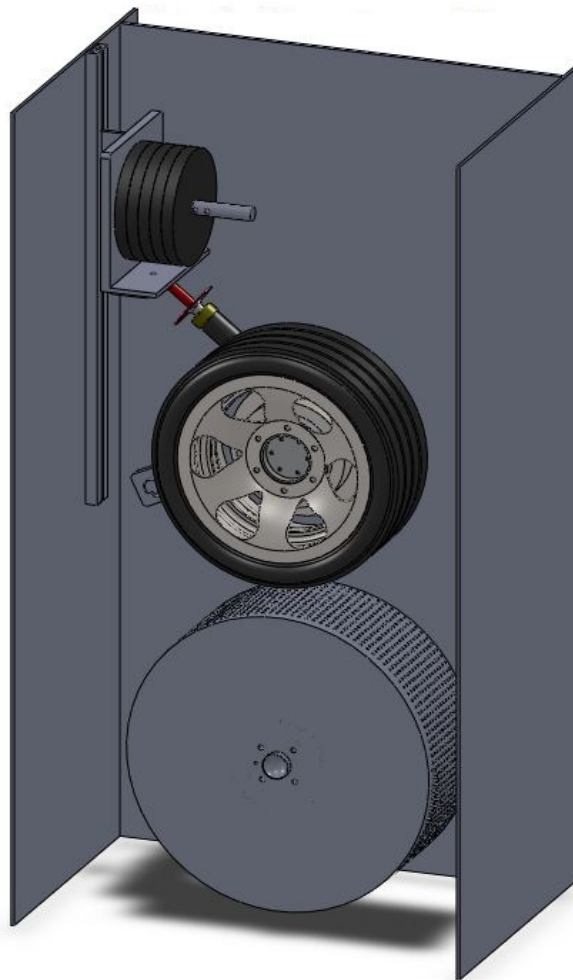


Fig. 4.5 - Banco de Ensaio

A concepção da estrutura de ensaios iniciou-se pela modelação dos componentes necessários para suportar o sistema de suspensão e a roda interligados, e ao mesmo tempo conferir uma geometria semelhante à existente no veículo em estudo.

O modelo de 1/4 de carro tal como foi idealizado está ilustrado na Fig. 4.6. A massa não amortecida é composta pelo pneu, jante, motor elétrico, sistema de travagem, amortecedor e elemento de ligação da roda à estrutura de suporte do modelo. Foi necessária a modelação de um elemento que fará a união da roda com a estrutura, uma vez que o elemento original não pode ser removido do veículo protótipo. Foi necessária ainda a modelação de elementos que façam a ligação entre este elemento tanto à roda como à estrutura do banco de ensaios, uma vez que é necessário rotação em ambos os extremos. A roda é motorizada, pelo que o momento submetido pelo motor terá de ser transmitido ao braço que atuará como elemento resistente, impedindo que a roda tenha movimento de translação no sentido do movimento do veículo. É

este momento de torção que vai ser aplicado à roda que fará com que o cubo que simula os acidentes geográficos rode durante o ensaio.

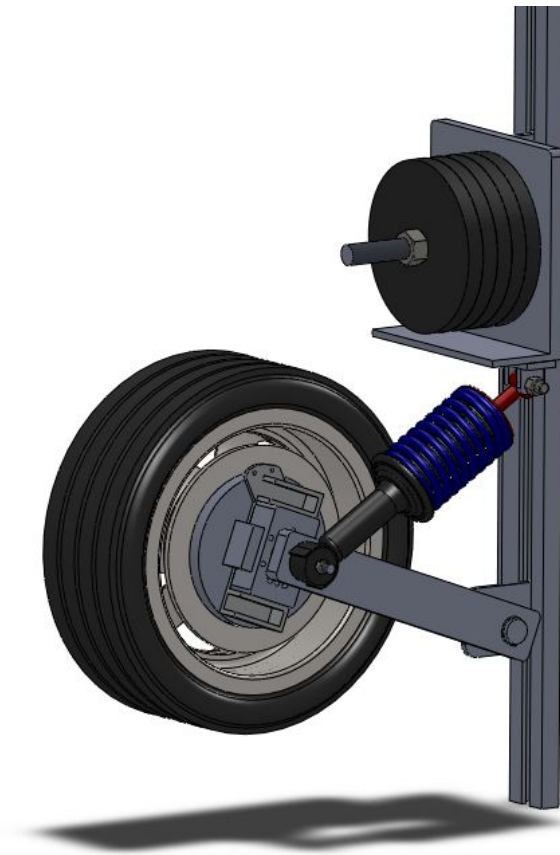


Fig. 4.6 - Pormenor do Modelo Real de 1/4 de Carro

A suspensão a utilizar no banco de ensaios é a original do veículo protótipo.

O modo de representação da massa amortecida do modelo a analisar experimentalmente é conseguido através de pesos, com massa igual ao modelo real. A massa amortecida terá um deslocamento apenas na direção vertical, conseguida com uma guia que não permite que esta se desloque em qualquer outro sentido.

O pneu será excitado verticalmente através do tambor perfurado que se idealizou; os orifícios do tambor permitem a utilização de parafusos de tamanho variado, que simularão a excitação pretendida.

A Fig. 4.7 expõe este sistema que simulará a excitação vertical imposta ao modelo de 1/4 de carro experimental, quando a roda lhe impuser uma rotação.

Para suportar o cubo perfurado ponderou-se um componente em U que possibilita a sua rotação através de um eixo rotativo.

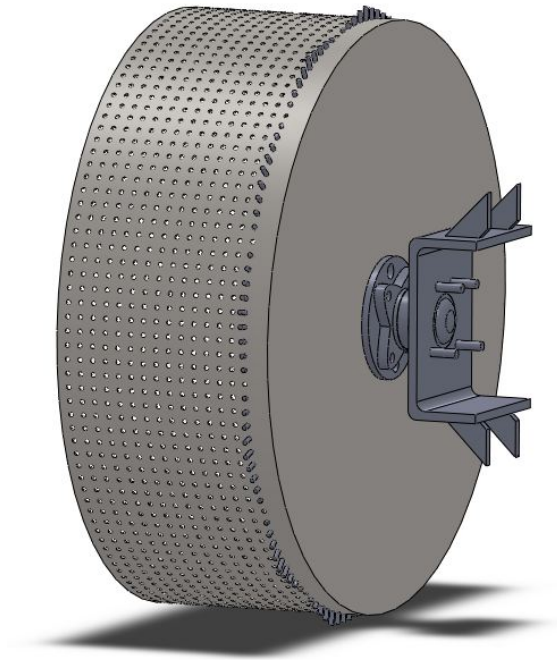


Fig. 4.7 - Pormenor do Tambor

Na Fig. 4.7 pode observar-se a implementação dos furos e uma série de parafusos para se perceber a funcionalidade deste sistema.

Os desenhos técnicos do banco de ensaios encontram-se no Anexo II.

4.2.1. Dimensionamento do Banco de Ensaio

4.2.1.1. Seleção do Material

A seleção dos materiais é uma das partes fundamentais do projeto mecânico [100]. Num projeto mecânico apenas se consideram as solicitações mecânicas do componente. No caso em estudo, as solicitações a que os componentes estarão sujeitos serão dinâmicas.

O material a selecionar para este projeto deve ser um aço estrutural, com boas propriedades mecânicas, boa disponibilidade no mercado, económico, com boa resistência a

temperaturas médias, com boa soldabilidade, e que sirva os propósitos para o qual será utilizado.

O aço, por ser uma liga obtida industrialmente sob um controlo rígido, apresenta características bastante estáveis. É um material isotrópico e homogéneo, o que facilita o seu uso.

Os aços que melhor correspondem aos propósitos da estrutura estão referenciados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Propriedades Mecânicas de Aços Estruturais

Material	Massa específica kg/m ³	Resistência última			Tensão de cedência		Módulo de elasticidade Gpa	Módulo de distorção Gpa
		Tração Mpa	Com- pressão Mpa	Corte Mpa	Tração Mpa	Corte Mpa		
Aço								
Estrutural (ASTM-A36)	7860	400			250	145	200	77
S235	7850	340			235	135	210	80
S275	7850	410			275	158	210	80
S355	7850	490			355	205	210	80

Dos aços presentes na Tabela 4.1, o aço S235 foi o selecionado para este projeto mecânico, por ser um bom aço estrutural e por apresentar uma maior disponibilidade no mercado, no momento atual. Este aço também pode ser designado por Fe360B na Europa.

As características dos perfis e chapas de aço usadas em elementos estruturais devem estar de acordo com as seguintes normas:

EN10025 - Produtos laminados a quente de aços de construção não ligados;

EN10113 - Produtos laminados a quente de aços de construção soldáveis de grão fino.

4.2.1.2. Dimensionamento do Banco de Ensaios

As cargas e solicitações máximas que o modelo experimental de 1/4 de carro irá provocar no banco de ensaios já foram anteriormente calculadas.

A viga em U (ver Fig. 4.5) que serve de estrutura e suporte para o banco de ensaios é o primeiro componente a ser dimensionado.

O momento máximo que é transmitido à estrutura que suporta o modelo é obtido a partir da Eq. 4.7

$$M_x = 1,60 \text{ kN}$$

No dimensionamento da viga em U, a tensão máxima que esta sofre deve ser sempre inferior à tensão admissível à fadiga.

A tensão máxima que a viga sofre é determinada pela Eq. 4.8.

Eq. 4.8

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W}$$

onde $M_{m\acute{a}x}$ é o momento fletor máximo a que a viga está sujeita e W é o módulo de resistência à flexão.

O módulo de resistência à flexão é determinado através da Eq. 4.9.

Eq. 4.9

$$W = \frac{I}{b}$$

onde I representa o momento de inércia que é definido pela Eq. 4.10.

Eq. 4.10

$$I = \frac{1}{12} \left[h.b^3 - (h - h_0).(b - 2.b_0)^3 \right]$$

onde b representa o comprimento da alma, b_0 a espessura do banzo, h o comprimento do banzo, e h_0 a espessura da alma.

$$I \cong 2,67 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

O módulo de resistência à flexão da viga tem amplitude

$$W = 2,77 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

A tensão máxima a que a viga que serve de estrutura para o banco de ensaios está sujeita é

$$\sigma_{m\acute{a}x} = 0,56 \text{ MPa}$$

A tensão média σ_m considerada é

Eq. 4.11

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{2}$$

então

$$\sigma_{m\acute{e}d} = 0,29 \text{ MPa}$$

A tensão admissível à fadiga é calculada pela Eq. 4.12.

Eq. 4.12

$$\sigma_{fadm} = (k_s k_t k_{fi} k_T) \frac{1}{n K_f} \sigma_f$$

As constantes da equação da tensão admissível definidas para o dimensionamento da viga são definidas a partir da sebenta de órgãos de máquinas I [23]:

$$k_s = 0,92;$$

$$k_t = 0,75;$$

$$k_{fi} = 1;$$

$$k_T = 1;$$

$$K_f = 0,75;$$

$$n = 2,5;$$

Pelo critério de Soderberg

Eq. 4.13

$$\sigma_f = \sigma_{f0} \cdot [1 - (\sigma_{m\acute{e}d} / \sigma_{ced})]$$

$$\sigma_f = 170 \text{ MPa}$$

Definindo-se assim a tensão admissível à fadiga, cuja amplitude é

$$\sigma_{fadm} = 62,5 \text{ MPa}$$

A tensão máxima é muito inferior à tensão admissível à fadiga.

$$\sigma_f = 62,5 \text{ MPa} \gg \sigma_{m\acute{a}x} = 0,56 \text{ MPa}$$

Assim, é seguro afirmar que a viga que suporta o banco de ensaios está sobredimensionada e que aguenta com todas as cargas e solicitações resultantes da análise experimental do modelo de 1/4 de carro.

O braço que ajuda a replicar o movimento real da roda e do amortecedor é também um componente que estará sujeito a cargas críticas.

A força máxima a que este elemento está sujeito é

$$F_{m\acute{a}x} = 4,80 \text{ kN}$$

e exerce cargas tanto de tração como de compressão.

Do mesmo modo que a viga em U, a tensão máxima a que este elemento estará sujeito tem que ser igual ou superior à tensão admissível à fadiga

Eq. 4.14

$$(\sigma_a)_{adm} \geq \sigma_{m\acute{a}x}$$

A tensão máxima a que o elemento em estudo está sujeito é calculada pela Eq. 4.15.

Eq. 4.15

$$\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{N_{m\acute{a}x}}{A}$$

N representa a carga máxima a que o elemento está solicitado, e A a área da secção transversal do elemento.

$$A = 1850 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} \cong 2,59 \text{ MPa}$$

Considerando uma tensão média

$$\sigma_{méd} = \frac{\sigma_{máx}}{2} \cong 1,30 \text{ MPa}$$

Aplicando o critério de Soderberg

$$\sigma_f = 170 \text{ MPa}$$

Assim

$$\sigma_{fadm} = (0,92 \times 0,75 \times 1 \times 1) \times \frac{1}{0,75} \times \frac{1}{2,5} \times 170 = 62,6 \text{ MPa}$$

Então

$$\sigma_f = 62,6 \text{ MPa} \gg \sigma_{máx} \cong 2,59 \text{ MPa}$$

O elemento em estudo é capaz de suportar todas as cargas que lhe são impostas aquando a realização dos ensaios experimentais.

Os elementos de ligação são os elementos que transmitem as cargas e solicitações a todo o sistema, logo têm que resistir-lhes. É por isso necessário que sejam dimensionados.

Os elementos de ligação são os elementos que transmitem as cargas e solicitações a todo o sistema. É importante o seu dimensionamento.

O esforço a que está sujeito são esforços de corte.

A expressão que determina o esforço de corte é a Eq. 4.16.

Eq. 4.16

$$\tau = \frac{N}{A}$$

Como o elemento de união é muito solicitado, e tem vários diâmetros de secção, é necessário dimensionar a parte que tem menor diâmetro, que é a que suporta o amortecedor.

A área da secção é

$$A = \pi \cdot 7,5^2 = 1767 \text{ mm}^2$$

O esforço de corte máximo a que está sujeito é

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{4,79 \times 10^3}{176,7} = 27,1 \text{ MPa}$$

Considerando a tensão normal mínima

$$\sigma_{min} = 0 \text{ MPa}$$

Pelo ciclo de Mohr, a tensão normal máxima

$$\sigma_{m\acute{a}x} \cong 54,2 \text{ MPa}$$

A tensão média considerada é

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{2} \cong 27,1 \text{ MPa}$$

Pelo critério de Soderberg

$$\sigma_f = 150 \text{ MPa}$$

Assim

$$\sigma_{fadm} = 55,4 \text{ MPa}$$

O elemento de ligação em estudo resiste a todas as cargas e solicitações máximas a que está sujeito.

$$\sigma_{fadm} = 57,06 \text{ MPa} > \sigma_{m\acute{a}x} \cong 41,3 \text{ MPa}$$

Outro componente que sofre cargas e solicitações alternadas e que podem colocar em causa o projeto do banco de ensaios é o elemento que suporta o tambor perfurado.

O elemento que suporta o tambor está sujeito a um momento fletor provocado pela força máxima de reação do sistema que reproduz experimentalmente o modelo de 1/4 de carro.

$$M_{m\acute{a}x} = 1,6 \text{ kN.m}$$

Para a realização da análise no programa FEM, restringiu-se a área que é soldada com a viga em U. Foi determinada a força que provoca o momento a que o elemento está sujeito. O momento causa uma força de tração na chapa de cima e numa força de compressão na chapa de baixo. Para a análise FEM foram utilizadas estas duas forças para simularem o momento a que o elemento está sujeito.

O material escolhido foi o mesmo que ficou definido para esta estrutura.

A tensão máxima a que o elemento em estudo está sujeito foi determinada através do um software de elementos finitos, SolidWorks. Na Fig. 4.8 está representado o resultado obtido da análise do SolidWorks.

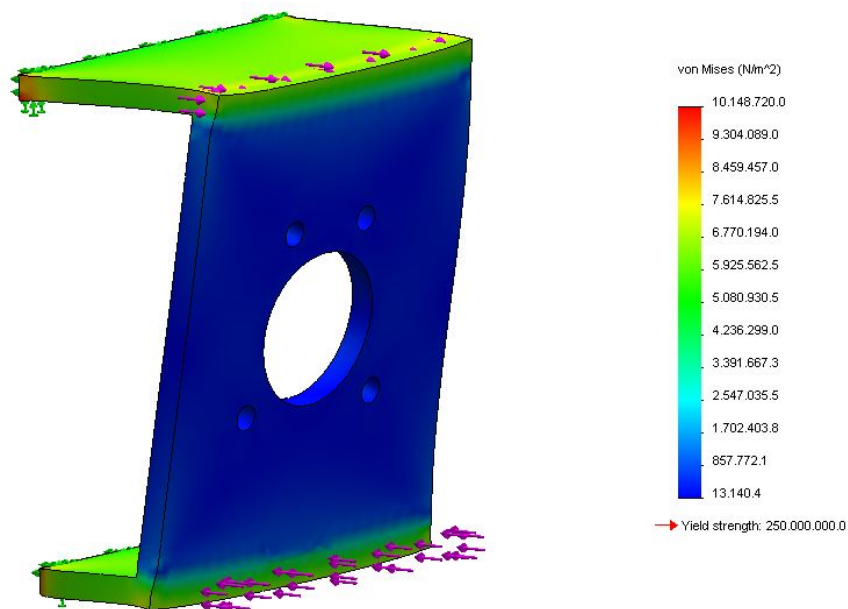


Fig. 4.8 - Resultado da Análise do Elemento que suporta o Tambor

O resultado obtido foi, tal como se pode verificar na Fig. 4.8, uma tensão máxima de

$$\sigma_{m\acute{a}x} \cong 10 \text{ MPa}$$

A tensão média σ_m considerada é

$$\sigma_{m\acute{e}d} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{2} \cong 5 \text{ MPa}$$

Aplicando o critério de Soderberg

$$\sigma_f = 166,38 \text{ MPa}$$

A tensão admissível à fadiga é

$$\sigma_{fadm} = 61,23 \text{ MPa}$$

Então

$$\sigma_{fadm} = 61,23 \text{ MPa} \gg \sigma_{m\acute{a}x} \cong 10 \text{ MPa}$$

O elemento em estudo é capaz de suportar todas as cargas que lhe são impostas aquando a realização dos ensaios experimentais.

Os métodos de ligação utilizados para unir os vários componentes do banco de ensaios são: soldadura e ligações aparafusadas.

Os componentes que serão soldados são, a viga em U que serve de base a todo o banco de ensaios e o elemento que suporta o tambor com a viga em U.

Para a determinação das dimensões de juntas de canto usam-se regras de cálculo empíricas. Quando as soldaduras de canto são executadas em componentes que apenas conferem rigidez, as tensões existentes são geralmente mais baixas [26].

A viga de base será soldada em ambos lados, com uma espessura da garganta

Eq. 4.17

$$g = 0,26e$$

sendo que e é a espessura da chapa. Então

$$g = 2,6 \text{ mm}$$

A espessura do cateto é determinada pela expressão

Eq. 4.18

$$w = 3/8e$$

$$w = 3,75 \text{ mm}$$

O elemento que suporta o tambor está ligado á viga em U através de soldadura. Para o cálculo das dimensões da soldadura, considera-se que esta é muito solicitada. Então, a espessura da garganta

Eq. 4.19

$$a = 0,7 \times t$$

Como a espessura mínima das chapas

$$e = 10 \text{ mm}$$

$$g = 7 \text{ mm}$$

A espessura do cateto é

Eq. 4.20

$$w = 3/4 e$$

$$w \cong 10 \text{ mm}$$

O esforço máximo que a soldadura pode transmitir á tração é [26] e [27]

Eq. 4.21

$$P = \sigma_{\perp} 2\sqrt{2}gL$$

Para que a soldadura resista aos esforços solicitados, é necessário que a seguinte premissa seja respeitada

$$\sigma_{\perp} \leq \sigma_{adm}$$

O coeficiente de segurança utilizado é igual a 1,8. Então

$$\sigma_{adm} = \frac{\tau_{ced}}{1,8} = 75 \text{ MPa}$$

A carga máxima que a soldadura pode transmitir é

$$P = 75 \times 2 \times \sqrt{2} \times 7 \times 150 \cong 223 \text{ kN}$$

A carga máxima P é calculada para 2 cordões de solda. No caso em estudo, será aplicada apenas 1 cordão.

$$P_{adm} \cong \frac{223}{2} \cong 111 \text{ kN}$$

O momento fletor irá provocar uma carga de compressão e outra de tração no elemento de suporte do tambor. A carga de tração será a mais preocupante. A carga de tração máxima a que o elemento está sujeito é

Eq. 4.22

$$M_{máx} = F \times \frac{d}{2}$$

Então

$$F_{máx} \cong 9,7 \text{ kN}$$

Assim é possível garantir que a soldadura irá aguentar os esforços transmitidos.

$$P_{adm} \cong 111 \text{ kN} \gg P_{máx} \cong 9,7 \text{ kN}$$

Os parafusos do tambor também devem de ser dimensionados á fadiga. 65% das roturas por fadiga dão-se na rosca do parafuso á face da porca. A tensão na raiz do filete é obtida através da Eq. 4.26 [23].

Eq. 4.23

$$\sigma_{máx.} = \frac{F}{npA_t}$$

onde F representa a carga de tração, z o número de parafusos que suportam a carga e A_t a área resistente á tração. A área resistente á tracção pode ser obtida a partir da tabela das propriedades mecânicas de parafusos de rosca métrica de Shigley.

O número de parafusos que irá suportar as cargas transmitidas pela roda são determinados pelo Euro Código 3. O afastamento entre os centros dos parafusos na direção perpendicular da transmissão do esforço não deve ser inferior a $3 \cdot d_0$ [29].

A largura do pneu que entra em contacto com o solo é

$$l \cong 164 \text{ mm}$$

Como

Eq. 4.24

$$\frac{l}{3 \times d_0} = n^{\circ} \text{ parafusos}$$

Foi selecionado o parafuso M6, de classe 8.8.

Assim, o número de parafusos que suportarão a carga transmitida pela roda são 9.

A tensão máxima de tração transmitida a cada parafuso é

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{5810}{20,1} \times \frac{1}{9} = 32,1 \text{ MPa}$$

A tensão limite de fadiga, S_e , é determinada pela Eq. 4.31 [23].

Eq. 4.25

$$S_e = \sigma_e . k_a . k_b . k_c . k_d . k_e$$

onde

Eq. 4.26

$$\sigma_e = 0,5 \times \sigma_r$$

σ_r representa a tensão de rotura do material;

k_a representa o factor de superfície (acabamento superficial);

k_b representa o factor de tamanho;

k_c representa o factor de fiabilidade;

k_d representa o fator de temperatura;

k_e representa o factor modificado de concentração de tensões.

Então

$$S_e = (0,5 \times 830) \times 0,9 \times 1 \times 0,9 \times 1 \times \frac{1}{3} = 112 \text{ MPa}$$

A tensão limite de fadiga é maior que a carga máxima aplicada

$$S_e = 112 \text{ MPa} > \sigma_{m\acute{a}x} = 32,1 \text{ MPa}$$

É seguro afirmar que os parafusos irão resistir às cargas que lhe serão impostas.

Capítulo 5 - Conclusão e Sugestões para o Futuro

5.1. Conclusões

O projeto para a análise das vibrações de sistemas integrados para veículos elétricos - sistema *motor in-wheel* - foi conseguido, cumprindo-se assim os objetivos. Foi desenvolvido o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro foi desenvolvido e o sistema de suspensão foi otimizado. O banco de ensaios do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro experimental foi modelado e dimensionado. Os objetivos propostos foram concluídos com sucesso.

O veículo em estudo é um veículo protótipo modificado, ao qual se pretende remover o motor de combustão interna e acoplar um sistema *motor in-wheel* a cada jante. Foi estudado o sistema, analítica e numericamente, tendo-se alcançado este objetivo com base no estudo da análise vertical do modelo protótipo de $\frac{1}{4}$ de carro desenvolvido. A dinâmica vertical permite uma análise próxima do comportamento do sistema aquando do seu funcionamento, o que possibilita sugerir uma otimização do sistema de suspensão do veículo.

Foi realizado um estudo comparativo entre o veículo elétrico e o veículo atual em função da resposta de frequência. Foi analisada e estudada a influência que cada componente

interveniente provoca no sistema, com o fim de otimizar o sistema de suspensão do veículo no domínio da frequência. O comportamento dinâmico do modelo de $\frac{1}{4}$ desenvolvido foi analisado no domínio do tempo com o auxílio da ferramenta computacional de simulação de sistemas multicorpos dinâmicos, o LMS Virtual Lab.

O aumento de massa adicionada aquando do acoplamento do sistema *motor in-wheel* aumenta a amplitude da resposta da massa amortecida, degradando o conforto dos passageiros do veículo. Esta diferença é de aproximadamente 10% quando comparado com o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro do veículo atual.

O curso do amortecedor aumentou para frequências de excitação próximas da frequência natural da massa não amortecida. No entanto, a amplitude máxima do deslocamento relativo não sofreu grandes oscilações.

Depois de analisadas os testes realizadas através do modelo de $\frac{1}{4}$ de carro desenvolvido, é possível concluir que o sistema de suspensão implementado no veículo pode ser considerado como o ótimo para aplicação no veículo elétrico. Foram analisadas várias configurações com as respetivas alterações no modelo de $\frac{1}{4}$ de carro a fim de se otimizar o sistema de suspensão e a configuração atual é a mais eficaz no modelo em estudo.

O conforto do veículo pode ser melhorado aumentando o curso do amortecedor ou implementando um sistema de suspensão ativa ou semi ativa.

Foi considerada uma análise a um perfil de rugosidade mediana (tipo C) para análise do conforto do veículo. Neste tipo de superfícies, ficou provado que a velocidade não deverá exceder os 50 *km/h*, ou as vibrações poderão causar danos graves tanto aos passageiros como ao veículo.

Os métodos teóricos não têm em conta muitos dos parâmetros que intervêm na ação e reação do veículo á excitação imposta. Neste trabalho foi modelado e dimensionado um banco de ensaios para a realização de testes experimentais em ambiente laboratorial, uma vez que os modelos experimentais apenas constituem uma primeira aproximação do comportamento do modelo real.

O sistema *motor in-wheel* é uma tecnologia proeminente e inovadora, que se adapta perfeitamente aos veículos comercializáveis. Esta tecnologia torna os veículos elétricos muito mais competitivos em relação aos veículos propulsionados por um motor de combustão interna. Além destes fatores, é necessário ter em conta que neste trabalho apenas foi considerado o aumento da massa não amortecida, e uma diminuição da massa amortecida. Quando se adicionar a massa das baterias elétricas à massa amortecida, o conforto do veículo irá melhorar. Para além de que o centro de massa do veículo iria ficar mais baixo, melhorando o desempenho do veículo. A modificação de um veículo propulsionado com motor de combustão interna num veículo elétrico com a tecnologia dos sistemas *motor in-wheel* é perfeitamente viável.

A otimização do comportamento dinâmico do veículo é um grande desafio para a engenharia automóvel. No entanto, existem sempre maneiras para que seja aperfeiçoado.

5.2. Sugestões para o Futuro

Sugere-se que o modelo de $\frac{1}{4}$ de carro seja melhorado. Podem ser utilizados outros modelos teóricos, bem como acrescentados muitos outros parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico do veículo. O modelo de carro completo de 7 graus de liberdade pode um desses exemplos.

Para uma aproximação mais real do comportamento e desempenho do veículo sugere-se que sejam realizadas não só na direção vertical, como também nas direções transversal e longitudinal.

O sistema de suspensão do eixo traseiro do veículo pode ser montado noutras variantes, por exemplo, com outra inclinação, que não prejudiquem a sua eficácia. Assim, para um melhor desempenho deste sistema propõe-se que seja adaptado, de modo que o seu desempenho seja mais eficiente.

A investigação realizada foi apenas com base em modelos teóricos. Será interessante aplicar estas alterações e realizar testes de estrada que validassem os resultados teóricos.

Seria do interesse do projeto um estudo da aplicação do sistema *motor in-wheel* com um sistema de suspensão ativa (como a Active Wheel da Michelin) ou sem ativa.

Bibliografia

- [1] Dhaneja, S.; (2001). *Electric Vehicle Battery Systems*. Newnes.
- [2] Rojas Rojas, A., Niederkofler, H., Willberger, J., "Comfort and Safety Enhancement of Passenger Vehicles with In-Wheel Motors," SAE Technical Paper 2010-01-1146, 2010.
- [3] "The Aluminium Automotive Manual", European Aluminium Association, 2011.
- [4] Hurdwell R., Anderson M., "Dynamics of Vehicles with In-Wheel Motors", Cambridge University, 2011.
- [5] Raksincharoensak, P.; Matsumi, R.; Nagai, M.; (2011). PREVENTING INTERSECTION COLLISION ACCIDENTS BY INTELLIGENT MOTION CONTROL OF IN-WHEEL-MOTOR ELECTRIC VEHICLES. SAE Technical Paper 2011-39-7203.
- [6] W. Adams; Adams Electric Company; (1884). Electric Motor. Estados Unidos da América, n.º 300827.
- [7] Parcelle, Albert; (1889). *ELECTRIC-MOTOR TRACTION-WHEEL*. Florence Motor Company of Maine, n.º 320690.
- [8] <http://www.porsche.com/middleeast/accessoriesandservice/classic/philosophyandclassicworld/world/tradition/ferdinand/>
- [9] <http://www.michelin.com/corporate/EN/news/article?articleID=N24524>
- [10] <http://www.sae.org/automag/techbriefs/03-2007/1-115-3-20.pdf>
- [11] http://www.bridgestoneamericas.com/news/2003/In-Wheel_Motor.pdf
- [12] Lyshevski, S., Cho, P., Wylam, W., Crecelius, D. et al., "Advanced Hybrid-Electric Vehicle Propulsion Systems With Individual Wheel Brushless Traction Motors," SAE Technical Paper 2000-01-3110, 2000.
- [13] Satoshi Murata, "Vehicle Dynamics Innovation with In-Wheel Motor", SAE Technical Paper 2011-39-7204, 2011.

[14] Anderson M., Harty D., “Unsprung Mass with In-Wheel Motors - Myths and Realities”, 2011.

[15] Schalkwyk, D. J., Kamper, M. J., “Effect of the Hub Motor Mass on Stability and Conforto f Electric Vehicles”, University of Stellenbosch, África do Sul, 2007.

[16] Calle, M. J. B., Pashaj, B., Sebuwufu, P., et al, “Dynamic Shock Absorber”, Worcester Polytechnic Institute, Worcester, Massachusetts, U.S.A., 2009.

[17] Blundell, M., Harty, D.; *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*. Elsevier. Oxford, 2004.

[18] Pacejka, Hans; *Tyre and Vehicle Dynamics*. Delf University of Technology.

[19] ISO 2631-1:2007; *Vibrações Mecânicas e Choque – Avaliação da Exposição do corpo inteiro a vibrações*.

[20] Moreira, J.; *Relatório de estágio: Veículo Rodoviário da Universidade do Minho: Projecto, análise estrutural e fabrico*. Universidade do Minho, Guimarães, 2001.

[21] Schalkwyk D., Kamper M., “Effect of Hub Motor Mass on Stability and Comfort of Electric Vehicles”, Departamento de Engenharia Electrónica, Universidade de Stellenbosch; Stellenbosch, África do Sul.

[22] <http://www.enstroj.si/Electric-products/emrax-motors.html>

[23] António de Sousa Miranda. Apontamentos de Órgãos de Máquinas I, 2008-2009. Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Minho, Guimarães.

[24] Dixon, John, “Tires, Suspension and Handling”; 2ª Edição, SAE. EUA, 1996.

[25] Gillespie, T., “Fundamentals of Vehicle Dynamics”. SAE, Warrendale. 1992.

[26] Branco, C., et al; “Fadiga de Estruturas Soldadas”. Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa, 1986. Portugal.

[27] Hicks, J.; “WELDED JOINT DESIGN”; 3ª Edição, Woodhead Publishing, 1999.

[28] Shigley, J., Budynas, R.; “Mechanical Engineering Design”. McGraw-Hill. 2003.

[29] EN 1993; *Design of Steel Structures* – Design of Joints.

[30] ISO 8608: “Mechanical Vibration – Road Surface Profiles” Reporting of Measured Data, 1995.

[31] ISO, “Reporting vehicle road surface irregularities”, Technical Report, ISO/TC108/SC2/WG4N57, 1982.

[32] Wong, J. Y., “Theory of Ground Vehicles”. 3ª edição. Canada, 2001.

Anexo I

A.I.Determinação das Propriedades Mecânicas do Sistema de Suspensão

Para dar início à análise teórica do modelo de ¼ de carro é necessário ter disponíveis as propriedades mecânicas de todos os elementos que intervêm na análise dinâmica.

Foram determinadas as características mecânicas do sistema de suspensão que está aplicado no eixo traseiro do veículo a testar.

A realização destes ensaios aconteceu na máquina de ensaio de tração dos Laboratórios de Materiais de Engenharia Mecânica.

A.1.1Mola

A mola utilizada no sistema de suspensão do eixo traseiro é uma mola de aço helicoidal. Como foi referido anteriormente, as molas comprimem absorvendo as cargas que as irregularidades do solo impõem à roda. Se o veículo estiver parado, a altura deste ao solo é determinada pela carga que a massa do veículo impõe às molas.

A energia absorvida por uma mola helicoidal linear depende do deslocamento provocado e da força aplicada.

A constante de elasticidade da mola é obtida através da aplicação da Lei de Hooke, que contempla as deformações e as forças de todos os componentes sujeitos a ações mecânicas, sempre no domínio plástico [23]. A sua curva característica obedece à Eq. A.1

Eq. A.1

$$k = \frac{y - y_i}{F - F_i}$$

onde F representa a força total aplicada na mola, F_i representa a força inicial a que a mola está sujeita, y representa a deformação total da mola, y_i a deformação inicial da mola, e k representa a constante elástica da mola.

Se a mola não estiver sujeita a nenhum tipo de esforço ou carga, então não sofrerá qualquer tipo de deformação, pelo que

$$F = k.x$$

Eq. A.2

A.1.2.Amortecedor

O amortecedor desempenha um papel muito importante juntamente com a mola, pois a mola armazena a energia que o amortecedor irá dissipar; Se assim não fosse, a massa que a mola suporta iria continuar a oscilar, efeito provocado pela inércia da massa. A massa irá continuar a vibrar com um decréscimo da amplitude até ao momento em que a vibração irá desaparecer e a massa permanecerá estática. Este efeito de decréscimo da amplitude da onda da vibração da massa acontece por culpa do amortecedor que dissipou as vibrações sob a forma de energia térmica.

A dissipação da energia no amortecedor é criada pela resistência que o fluido oferece à força que é aplicada no pistão do amortecedor. Esta resistência causada pelo amortecedor reduz a velocidade do pistão, e quanto maior a velocidade a que o pistão se move, maior é o efeito da resistência causado pelo amortecedor. Os amortecedores hidráulicos que se utilizam atualmente seguem um comportamento aproximado ao modelo matemático viscoso [24]

$$F = c.v$$

Eq. A.3

onde F representa a força que é aplicada no amortecedor, v a velocidade a que o pistão do amortecedor se desloca, e c a constante de amortecimento viscoso.

A.2.Ensaio de Tração para a Determinação da Constante de Elasticidade da Mola e do Coeficiente de Amortecimento do Amortecedor

Foi necessário desmembrar primeiro o conjunto mola-amortecedor, para assim obter as características de cada componente isoladamente. O batente final do amortecedor foi excluído da análise, uma vez que se decompôs quando o amortecedor foi atuado.

A prensa onde se realizaram os ensaios de tração está representada na Fig. A.1.

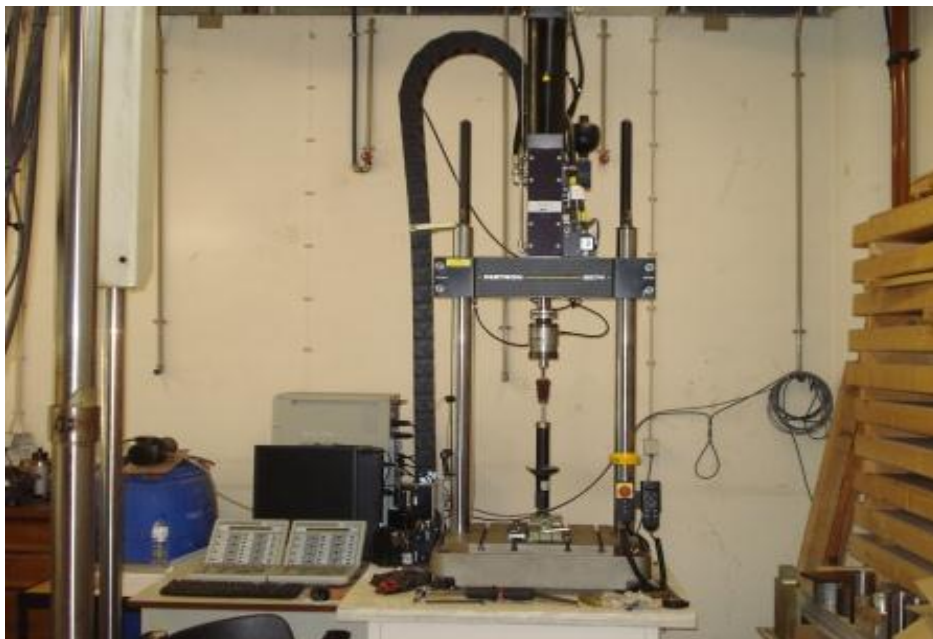


Fig. A. 1 – Prensa para a realização dos ensaios de tração

A.3.1. Ensaio da Mola

O ensaio à mola foi realizado após a imobilização da mola na máquina de ensaio de tração.

A partir dos resultados obtidos foi possível obter o gráfico da Fig. A.3, representativo do comportamento da mola. A partir do gráfico foi possível determinar uma linha de tendência, para obtenção da força estimada da mola em função da carga aplicada.

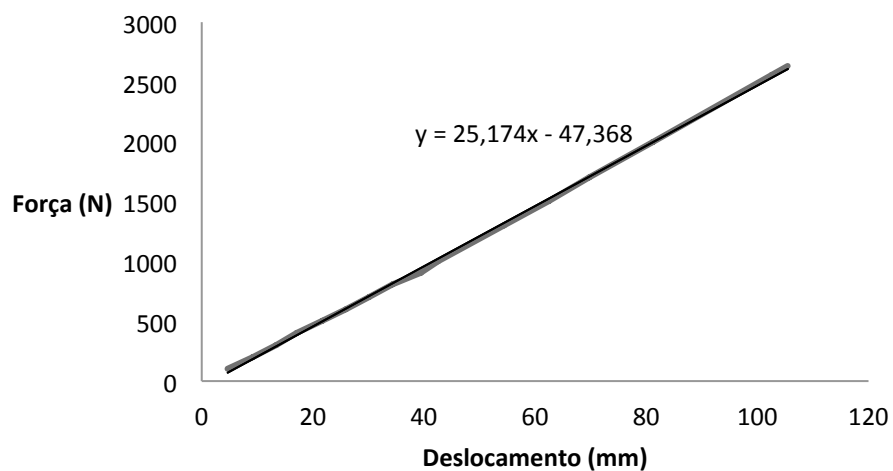


Fig. A. 2 – Curva Característica da mola do sistema de suspensão

Da análise ao gráfico, pode-se obter uma linha de tendência da constante de rigidez e a sua equação representativa, em função do deslocamento da mola, dada pela seguinte equação:

$$F = 25174 \cdot x$$

Eq. A.4

sendo que a variável x representa o deslocamento em milímetros e F a força aplicada em N.

Assim, constante de rigidez da mola é

$$k = 25174 \text{ N/m}$$

A.3.2. Ensaio do Amortecedor

O ensaio ao amortecedor foi realizado após a imobilização deste na máquina de ensaio de tração.

Para a fixação do amortecedor na máquina de ensaio de tração foi necessário conceber a peça representada na Fig. A.3.



Fig. A. 3 - Elemento criado para suporte do amortecedor

Esta peça permitiu minimizar a ocorrência de erros durante o ensaio.

Para além da peça de fixação superior, foi ainda necessário um sistema para a fixação inferior do amortecedor, como representado na Fig. A.4.



Fig. A. 4 - Suporte do amortecedor na máquina de ensaio de tração

Os resultados obtidos na máquina de tração permitiram obter os gráficos da variação da força de reação do amortecedor em função da velocidade da carga aplicada. Os ensaios realizados foram obtidos para as velocidades: 50 mm/s, 100 mm/s, 200 mm/s, 300 mm/s e 350 mm/s.

Os gráficos representativos dos resultados obtidos para o amortecedor estão representados nas Figs A.5, A.6 e A.7 para as respectivas velocidades.

-velocidade de 100 mm/s

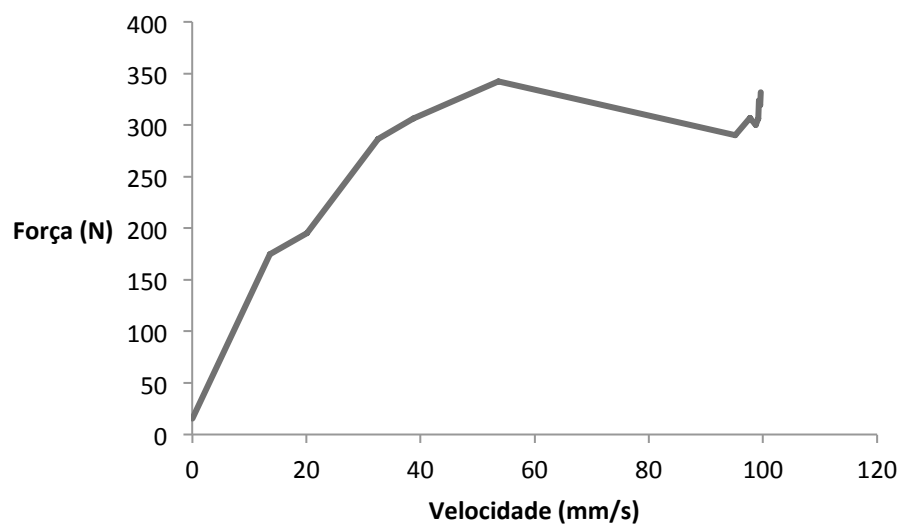


Fig. A. 5 - Curva característica do amortecedor

-velocidade de 200 mm/s

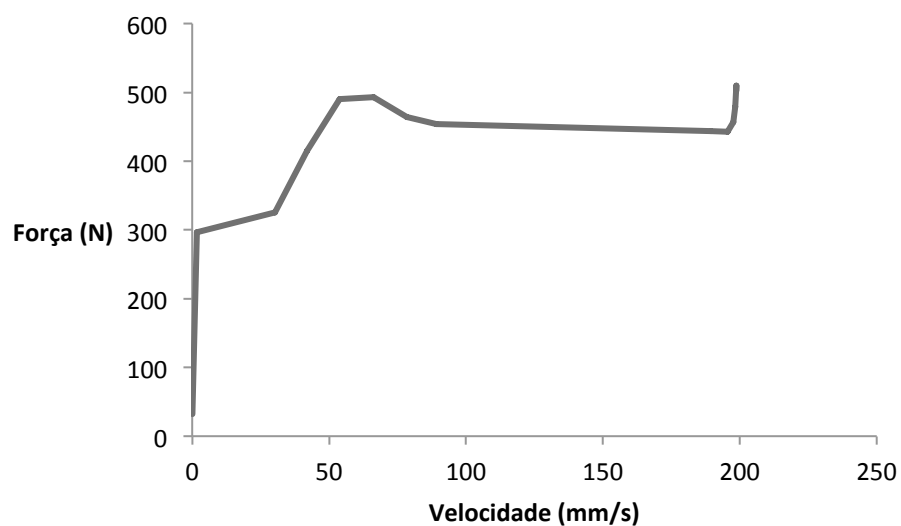


Fig. A. 6 - Curva característica do amortecedor

-velocidade de 360 mm/s

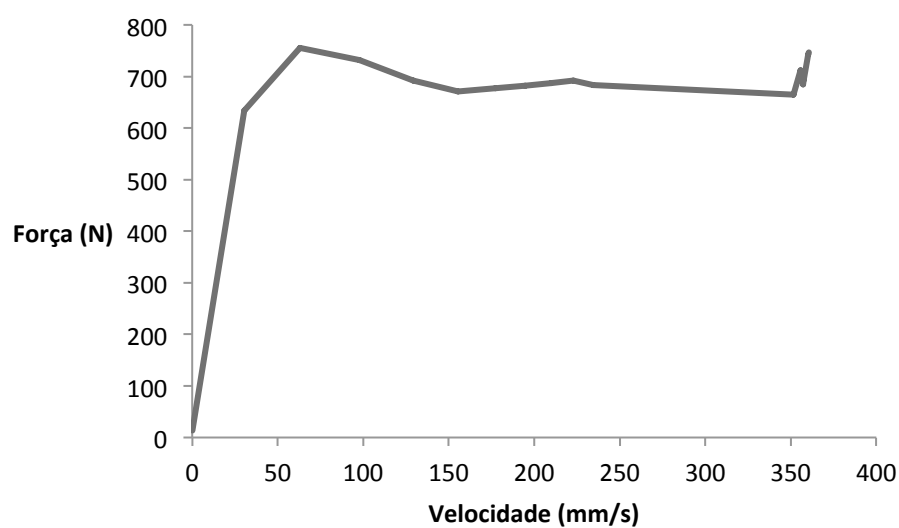


Fig. A. 7 - Curva característica do amortecedor

Como as velocidades obtidas não foram as pretendidas, foi estimado um valor para cada velocidade com base nos resultados obtidos. A Fig. A.8 expressa a curva característica do amortecedor.

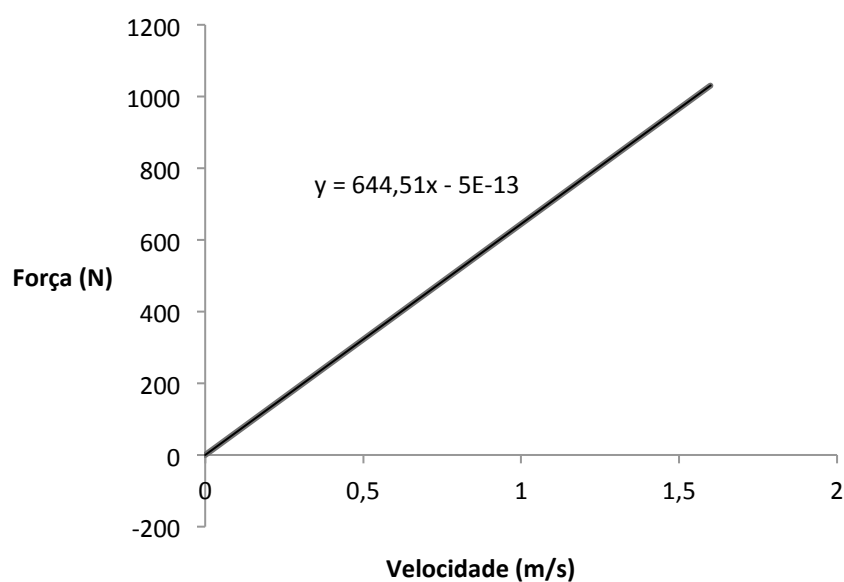


Fig. A. 8 - Curva característica do amortecedor

Da análise ao gráfico, pode é possível determinar uma linha de tendência da constante de amortecimento e a sua equação representativa, em função da velocidade do amortecedor, e que é dada por:

$$F = 644,51.v$$

Eq. A.5

sendo que a variável v da equação representa a velocidade em m/s e F a força aplicada em N.

Terminados os ensaios, conclui-se que a constante de amortecimento mais fiável será a obtida na máquina de ensaio de tração, e que é igual a

$$c = 644,51 \text{ N.s/m}$$

Assim, a equação do conjunto mola-amortecedor é dada por

$$F = 25174.x + 644,51.v$$

Eq. A.6

onde a variável x representa o deslocamento em metros, v representa a velocidade em m/s e F a força aplicada em N.

Os resultados obtidos poderão não ser representativos da realidade, pois as velocidades de funcionamento dos amortecedores podem atingir até 5 m/s, e a velocidade máxima da máquina de ensaio de tração foi de 0,36 m/s.

Anexo II